

IV APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2020/2021, 13 Settembre 2021

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

ESERCIZIO 1. [7 punti] Studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\alpha x}}{\ln(1+x^2)} dx$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [6 punti] Studiare il limite $\ell \doteq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+n^2} - n - \ln(1 + \frac{1}{2n})}{\cos(\frac{1}{n}) - 1}$. Determinare lo sviluppo asintotico (per $n \rightarrow \infty$) di:

$$\sqrt{1+n^2} - n - \ln\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$$

(fornendo le argomentazioni principali).

Determinare il limite

$$\ell =$$

ESERCIZIO 3. [9 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}x}{1+x+x^2}\right)$.

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$

e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \int_{x^2-4x+3}^{-x^2+3x-2} \frac{1}{\ln(1+|t|)} dt$.

- (i) Determinare il dominio della funzione e l'insieme di positività

$$\text{Dom}(f) = \qquad \qquad \qquad \{f \geq 0\} =$$

- (ii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.

ESERCIZIO 5. [7 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = (e^x - e^{-x})y + \sinh(x). \tag{1}$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = (e^x - e^{-x})y + \sinh(x), \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$