

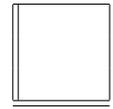
IV APPELLO di ANALISI MATEMATICA 1

Ing. Aerospaziale (Canale A)
A.A. 2022/2023, 18 Settembre 2023

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---



ESERCIZIO 1. [4 punti] Studiare la convergenza (semplice e assoluta) della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{n^2}} - 1 \right)$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 2. [7 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite $\ell_\alpha \doteq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) - \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 3}\right) - 1}{x^\alpha}$.

Determinare lo sviluppo asintotico (per $x \rightarrow +\infty$) di:

$$x \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) - \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 3}\right) - 1 =$$

(fornendo le argomentazioni principali).

(Se esiste)

$$\ell_\alpha =$$

ESERCIZIO 3. [7 punti] Si consideri la funzione definita da $f(x) = \arcsen(\sqrt{1 - 9(\ln x)^2})$

- (i) Determinare il dominio della funzione.

$$\text{Dom}(f) =$$

- (ii) Determinare eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui

- (iii) Calcolare la derivata prima della funzione

$$f'(x) =$$

e stabilire in quali intervalli la funzione è monotona crescente, ed in quali intervalli è monotona decrescente.

- (iv) Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativo ed assoluto di f ed i corrispondenti valori di minimo e di massimo.

- (v) Determinare l'immagine di f : $\text{Im}(f) =$
e tracciare il grafico probabile della funzione.

ESERCIZIO 4. [6 punti] Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{\alpha x}}{\ln(1+x^2)} dx$$

specificando i criteri usati e le argomentazioni principali.

ESERCIZIO 5. [6 punti] Si consideri l'equazione differenziale lineare

$$\dot{y} = \frac{y}{x} + \ln x, \quad x > 0. \quad (1)$$

- (i) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \varphi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione differenziale lineare omogenea associata a (1)

$$\varphi_c(x) =$$

- (ii) Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) $x \mapsto \psi_c(x)$, $c \in \mathbb{R}$, dell'equazione completa (1)

$$\psi_c(x) =$$

- (iii) Determinare la soluzione $x \mapsto \psi(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{y}{x} + \ln x, & x > 0, \\ y(1) = e, \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$

ESERCIZIO 6.

- (i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 4y' + 13y = 0 \tag{2}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

- (ii) [2.5 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 4y' + 13y = -27 e^{2x} \tag{3}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

- (iii) [1.5 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 13y = -27 e^{2x}, \\ y(0) = 6, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

(esplicitando i passaggi principali).

$$\psi(x) =$$