

II APPELLO DI FONDAMENTI DI ANALISI MATEMATICA 2

Ing. Meccanica (ultimo n. matricola dispari)

A.A. 2017/2018, 19 Febbraio 2018

Tema 2

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

1	2	3	4
---	---	---	---

--

ESERCIZIO 1. Si consideri il campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{4x}{(x^2 + y^2)^3}, \frac{4y}{(x^2 + y^2)^3} \right)$.

(i) [2 punti] Determinare se F è irrotazionale.

(ii) [3 punti] Determinare se F è conservativo nel suo dominio ed in tal caso se ne calcoli un potenziale.

(iii) [3 punti] Si consideri la curva $r(\theta) = (\cos \theta(1 + \sin \theta), 1 - \sin \theta(1 + \sin \theta))$, $\theta \in [0, 2\pi]$, e si calcoli l'integrale curvilineo di 2^a specie (indicando i passaggi fondamentali):

$$\int_r F \cdot dr =$$

ESERCIZIO 2. Si consideri la regione $D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -1 + 5(x^2 + z^2) \leq y \leq x^2 + z^2 \right\}$.

(i) [4 punti] Scrivere una parametrizzazione della frontiera ∂D di D e tracciare un disegno qualitativo di D .

(ii) [2 punti] Determinare il versore normale uscente nei punti regolari della superficie ∂D .

(iii) [5 punti] Calcolare l'integrale triplo (indicando i passaggi fondamentali):

$$\int_D (x^2 + z^2)(1 + 4(x^2 + z^2)) \, dx dy dz =$$

ESERCIZIO 3. Si consideri l'insieme $D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 9, \quad x^2 + (y+3)^2 + z^2 \leq 9 \right\}$,
e la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y, z) = (x^2 + y^2) e^z$.

(i) [1 punti] Determinare la frontiera relativa ∂D di D .

$$\partial D =$$

(ii) [4 punti] Calcolare gli estremi di f vincolati su ∂D :

e specificare i corrispondenti punti di massimo e minimo vincolato

(iii) [3 punti] Calcolare gli estremi di f

$$\inf_D f = \qquad \qquad \qquad \sup_D f =$$

e determinare la sua immagine:

$$f(D) =$$

ESERCIZIO 4.

(i) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 6y' + 9y = 0.$$

$$\phi(c_1, c_2; x) =$$

(ii) [2 punti] Determinare l'integrale generale (l'insieme delle soluzioni) dell'equazione differenziale lineare del second'ordine

$$y'' - 6y' + 9y = -10 e^{3x}.$$

$$\psi(c_1, c_2; x) =$$

(iii) [2 punti] Determinare la soluzione ψ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = -10 e^{3x}, \\ y(0) = 3, \quad y'(0) = 8. \end{cases}$$

$$\psi(x) =$$