

1 È data la funzione $f(x) = \log|x| - \frac{1}{2}\log(x+1)$. Determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, eventuali punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 0 al grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \operatorname{arctg}(x+1) - e^{x^2}$$

3 Le navi A e B percorrono a velocità costante rotte perpendicolari, aventi il punto di incrocio in F . La nave A parte da F e si muove verso est alla velocità di 4 Km/h; la nave B parte da un punto a 25 Km a nord di F e si avvicina ad F alla velocità di 3 Km/h. Scrivere la distanza relativa delle due navi in funzione del tempo. Trovare poi la distanza minima fra le due navi.

4 Calcolare il seguente integrale utilizzando la sostituzione $x^2 = t$:

$$\int 2x^3 e^{x^2} dx.$$

Determinare poi la primitiva il cui grafico contiene il punto $(0, 3)$.

5 Nel sistema (O, x, y, z) considerare il punto $P(1, 1, 1)$ e la retta:

$$r \dots \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + z + 2 = 0. \end{cases}$$

- a) Determinare il piano che contiene r e P .
- b) Dopo aver scritto equazioni parametriche di r , determinare il piano che contiene P ed è perpendicolare ad r .
- c) Determinare i due punti di r che distano 2 dal piano di equazione $x - 2y - 2z + 3 = 0$.