

1 È data la funzione:

$$f(x) = e^{-x} (x - 1)^2$$

Determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo; attacchi;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{4}$  al grafico della seguente funzione:

$$f(x) = \sin x \cos x - x.$$

3 Una scala a pioli lunga 5 metri appoggiata ad un muro e sta scivolando verso terra. Sapendo che in un certo istante il piede  $A$  della scala dista 3 metri dal muro e che la sommità si sta abbassando alla velocità di 0.9 metri al secondo, determinare la velocità con cui si allontana  $A$  dal muro in quell'istante.

4 Calcolare il seguente integrale mediante un'opportuna sostituzione:

$$\int \frac{\cos x}{4 - \sin^2 x} dx.$$

5 Nel sistema  $(O, x, y, z)$  considerare il punto  $P(1, 0, 2)$  e i vettori  $\mathbf{v}(1, 0, -1)$  e  $\mathbf{w}(1, -1, 1)$ .

- a) Calcolare l'area del parallelogramma individuato dai vettori  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$ .
- b) Determinare il piano  $\alpha$  passante per  $P$  e parallelo ai vettori  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$ .
- c) Scrivere equazioni parametriche della retta passante per il punto  $(2, 2, 2)$ , parallela ad  $\alpha$  e perpendicolare a  $\mathbf{v}$ .