

1 È data la funzione  $f(x) = x^2 - x^2 \log x$ . Determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 2 al grafico della funzione:

$$f(x) = x - \sqrt{\lg x}$$

3 Nel sistema  $(O, x, y)$  sia  $P$  un punto del primo quadrante che varia nel grafico della funzione  $f(x) = \frac{4}{x^2} + \frac{1}{3}x^2$ . Dette  $Q$  e  $R$  le proiezioni di  $P$  sugli assi, calcolare l'area minima del rettangolo  $OQPR$ .

4 Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse  $x$  della funzione  $x\sqrt{3 \log x}$ , per  $1 \leq x \leq e$ .

5 Nel sistema  $(O, x, y, z)$  considerare il piano  $\alpha$  di equazione  $2x + y + z = 0$ , il punto  $P(1, 0, -1)$  e il vettore  $\mathbf{v}(1, 1, 2)$ .

- a) Scrivere equazioni parametriche della retta  $r$  passante per  $P$  e parallela a  $\mathbf{v}$ .
- b) Scrivere equazioni parametriche della retta  $s$  passante per  $P$ , perpendicolare ad  $r$  e parallela ad  $\alpha$ .
- c) Scrivere un'equazione del piano contenente  $r$  e perpendicolare ad  $\alpha$ .