

1 È data la funzione $f(x) = x^2 - 8x + 8 + 6 \log x$. Determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \operatorname{sen}^2 x - x.$$

3 Un blocco di metallo viene riscaldato e mantiene costantemente la forma di parallelepipedo rettangolo a base quadrata con altezza uguale alla metà del lato di base. In un certo istante il volume è di 32 decimetri cubi e sta aumentando con velocità di 0.48 decimetri cubi all'ora. Con quale velocità sta aumentando la superficie totale in quell'istante?

4 Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos \sqrt{x} \, dx.$$

5 Nel sistema (O, x, y, z) considerare il punto $P(0, 2, 2)$ e la retta $r \dots \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - t. \end{cases}$

- a) Verificare che P non appartiene a r e trovare un'equazione del piano α che contiene r e P .
- b) Scrivere equazioni parametriche della retta passante per P e perpendicolare a α .
- c) Trovare il punto Q di intersezione fra r e il piano $x + y - z = 0$ e calcolare l'area del triangolo OPQ .