

1 È data la funzione $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 6 \log x$. Determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = x - \cos^2 x.$$

3 Un contenitore metallico viene riscaldato e mantiene costantemente la forma di parallelepipedo rettangolo a base quadrata con altezza doppia del lato di base. In un certo istante la superficie totale è di 90 decimetri quadrati e sta aumentando con velocità di 0.6 decimetri quadrati all'ora. Con quale velocità sta aumentando il volume in quell'istante?

4 Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx.$$

5 Nel sistema (O, x, y, z) considerare il punto $P(1, 0, 2)$ e la retta $r \dots \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t. \end{cases}$

- a) Verificare che P non appartiene a r e trovare un'equazione del piano α che contiene r e P .
- b) Scrivere equazioni parametriche della retta passante per P e perpendicolare a α .
- c) Trovare il punto Q di intersezione fra r e il piano $x - y + z = 0$ e calcolare l'area del triangolo OPQ .