

**1** È data la funzione  $f(x) = \sqrt{x} \log x$ . Studiarne:

- a) dominio, limiti significativi, eventuali asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

**2** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{2}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = e^x \sin x$$

**3** Si vuole costruire uno scatolone avente la forma di parallelepipedo rettangolo a base quadrata e privo di coperchio. Sapendo che la superficie totale (fondo e pareti) è di 48 decimetri quadrati, quale deve essere la misura  $x$  del lato di base affinché il volume sia massimo?

**4** Usando un'opportuna sostituzione, calcolare:

$$\int_4^9 \frac{5\sqrt{x} - 2}{x(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} dx$$

**5** Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $P(1, 3, 4)$ ,  $Q(1, -1, 2)$  e la retta  $r$  di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0 \\ x - 2y - z + 5 = 0 \end{cases}$$

- a) Determinare un'equazione del piano  $\alpha_1$  che contiene  $r$  e  $P$ .
- b) Determinare un'equazione del piano  $\alpha_2$  contenente  $r$  e perpendicolare ad  $\alpha_1$ .
- c) Detto  $H$  il punto di intersezione fra  $\alpha_1$  e l'asse  $z$ , calcolare l'area del triangolo  $PQH$ .