

1 Data la funzione

$$f(x) = x^3 \log x$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi^2}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$$

3 Sia P un punto che appartiene al grafico della funzione $f(x) = 4 - \log x$ nel primo quadrante del sistema cartesiano (O, x, y) . Qual è l'area massima di un rettangolo con lati paralleli agli assi e vertici opposti in O e P ?

4 Usando un'opportuna sostituzione, calcolare:

$$\int \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare la retta r di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x - 2y - 2z + 4 = 0 \\ 2x + 2y - z - 7 = 0 \end{cases}$$

- a) Scrivere equazioni parametriche della retta r .
- b) Detti A e B i punti di intersezione di r rispettivamente con i piani coordinati yz e xz , calcolare la lunghezza del segmento AB .
- c) Determinare il piano contenente r e parallelo al vettore $\mathbf{u} = (1, 1, -1)$.