

**1** Data la funzione

$$f(x) = x^3 \log x$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

**2** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi^2}{4}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$$

**3** Sia  $P$  un punto che appartiene al grafico della funzione  $f(x) = 4 - \log x$  nel primo quadrante del sistema cartesiano  $(O, x, y)$ . Qual è l'area massima di un rettangolo con lati paralleli agli assi e vertici opposti in  $O$  e  $P$ ?

**4** Usando un'opportuna sostituzione, calcolare:

$$\int \frac{1}{x^3} e^{\frac{1}{x}} dx$$

**5** Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare la retta  $r$  di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x - 2y - 2z + 4 = 0 \\ 2x + 2y - z - 7 = 0 \end{cases}$$

- a) Scrivere equazioni parametriche della retta  $r$ .
- b) Detti  $A$  e  $B$  i punti di intersezione di  $r$  rispettivamente con i piani coordinati  $yz$  e  $xz$ , calcolare la lunghezza del segmento  $AB$ .
- c) Determinare il piano contenente  $r$  e parallelo al vettore  $\mathbf{u} = (1, 1, -1)$ .