

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2 \log x$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, eventuali asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}$$

3 Si vogliono costruire scatole a forma di parallelepipedo prive di coperchio e con i lati del rettangolo di fondo uno doppio dell'altro. Sapendo che la superficie totale (fondo e facce laterali) deve essere di 600 centimetri quadrati, trovare le dimensioni della scatola affinché il volume sia massimo.

4 Calcolare l'area della regione del piano compresa fra i grafici della retta $y = 2$ e della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x}$, per $0 \leq x \leq 8$.

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare il punto $P(3, 0, 3)$ e la retta r avente le seguenti equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x - 3y + z + 1 = 0 \\ x - y - z + 3 = 0 \end{cases}$$

- a) Scrivere equazioni parametriche di r .
- b) Scrivere un'equazione del piano passante per r e P .
- c) Calcolare la distanza di P da r .