

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log x}$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{2}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = x + e^{\sin x}$$

3 Un rombo si deforma mantenendo l'area costante uguale a 24 decimetri quadrati. Sapendo che in un certo istante una diagonale misura 8 decimetri e si sta allungando di 0.9 decimetri al minuto, con che velocità si sta accorciando l'altra?

4 Calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = x \cos x$$

per  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

5 Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $A(-2, 1, 0)$  e  $B(1, 4, 3)$  e la retta  $r$  avente le seguenti equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$

- Verificare che le rette  $r$  e  $AB$  sono perpendicolari.
- Determinare il piano  $\alpha$  contenente  $r$  e perpendicolare alla retta  $AB$ .
- Detto  $P$  il punto di intersezione del piano  $\alpha$  con la retta  $AB$ , calcolare la lunghezza del segmento  $AP$ .

5)  $\sqrt{3}$  (nota: coincide con  $d(A, \alpha)$ ).  
b) equazione di  $\alpha$ :  $x + y + z - 2 = 0$  (la soluzione esiste in conseguenza di a);  
a) Infatti il prodotto scalare di  $\mathbf{v}(1, 1, -2)$  e  $\mathbf{B} - \mathbf{A} = (3, 3, 3)$  vale 0;

4) L'area è  $\frac{\pi}{2} - 1$ .

3) La velocità è  $-0.675$  decimetri al minuto.

2)  $y = x + e$ .

1)  $f''(x) = \frac{-x \log x + 2}{x^2}$ ;  $f(x)$  è convessa in  $1 < x < e^2$ .

Alcune risposte: