

1 Si studi la seguente funzione:

$$f(x) = x^3 - \log |x|$$

Si determinino:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Si trovi l'equazione della tangente al grafico della funzione

$$f(x) = x^2 + \sin x$$

nel punto di ascissa  $x_0 = \frac{\pi}{3}$ .

3 Una ditta produce scatole di 20 litri di capacità, in forma di parallelepipedo rettangolo con un lato di base lungo il doppio dell'altro. Il materiale usato per il coperchio costa 3 centesimi al dm quadro ed è diverso da quello usato per il fondo e per le pareti laterali, che costa 2 centesimi al dm quadro. Trovare le dimensioni della scatola affinché il costo sia minimo.

4 Si calcoli l'area della regione di piano compresa fra i grafici di

$$f(x) = x \cos x \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{x} - 3$$

per  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

5 Nel sistema di riferimento  $(O, x, y, z)$  sono dati i punti:

$$A = (2, 0, 1), \quad B = (3, -1, 3), \quad C = (0, 1, 3).$$

- a) Si trovino equazioni parametriche della retta  $r$  per  $A$  e  $B$  e si determini il piano  $\alpha$  che contiene  $r$  e  $C$ .
- b) Si trovi l'equazione del piano  $\beta$  contenente  $r$  ed ortogonale al piano  $\alpha$ .
- c) Si calcoli l'area del triangolo  $ABC$ .

5 Piano  $\alpha$ :  $4x + 6y + z - 9 = 0$ ; piano  $\beta$ :  $13x - 7y - 10z - 16 = 0$ ; area di  $ABC$ :  $\sqrt{53}$ .

4  $2\pi - 1 - \frac{3}{1} \sqrt{\frac{\pi}{3}}$ .

3 Dimensioni di base  $\sqrt[3]{6}$  dm e  $2\sqrt[3]{6}$  dm; altezza  $\frac{\sqrt[3]{36}}{10}$  dm.

2  $y = \frac{6}{x^2} + \frac{7}{x} + \left(\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{3}{x}\right)$ .

Alcune risposte: