

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2 \sqrt{x+1}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, eventuali asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo, attacchi;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{2}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = x^2 + \sin x$$

3 Un cubo metallico soggetto a riscaldamento si sta dilatando. Sapendo che in un certo istante il lato del cubo misura 20 centimetri e il volume sta aumentando con velocità di 6 centimetri cubi all'ora, determinare la velocità con cui varia il lato in quell'istante.

4 Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{x-3}{x^2(x+1)} dx$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti $A(3, 1, 2)$ e $B(0, 2, 1)$ e il piano α di equazione $x + y + z + 3 = 0$.

- a) Scrivere equazioni cartesiane della retta r passante per A e B .
- b) Scrivere un'equazione del piano contenente r e perpendicolare ad α .
- c) Trovare il punto H intersezione di α con la retta per A e perpendicolare ad α .

- 1** $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = -\frac{5}{4}$; $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 0$; $f''(x) = \frac{4\sqrt{x+1}}{15x^2+24x+8}$, flesso in $x = \frac{15}{-12+\sqrt{24}}$.
- 2** $y = \frac{\pi}{2} + 1 + \pi \left(x - \frac{z}{\pi}\right)$, ovvero $y = \pi x + 1 - \frac{\pi}{2}$.
- 3** $\frac{200}{1} = 0.005$ centimetri all'ora.
- 4** $8 \log 2 - 4 \log 3 - \frac{2}{3}$.
- 5** **a)** piano $x + y + z = 0$; punto $H(0, -2, -1)$.

Alcune risposte: