

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 6x + 4 \log |x|$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{4}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = \cos x + e^{\sin x}$$

3 L'aeroplano  $A$  percorre una traiettoria rettilinea orizzontale alla quota di 10 chilometri, passando sulla verticale del radar a terra  $R$ . Il radar rileva che in un certo istante la distanza  $RA$  è di 26 chilometri e che essa sta aumentando alla velocità di 720 chilometri all'ora. Qual è la velocità dell'aeroplano in quell'istante?

4 Calcolare l'area della regione del piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 1 + \sqrt{x} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{x^2} \log x, \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti:

$$A(-1, 1, 0), \quad B(0, -1, 1), \quad C(2, -4, 4)$$

- Dopo aver scritto equazioni parametriche della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$ , verificare se è vero o no che il punto  $(2, -5, 2)$  appartiene a  $r$ .
- Determinare il piano contenente la retta  $r$  e il punto  $C$ .
- Calcolare l'area del triangolo  $ABC$ .

Alcune risposte:

1  $f' = 2x - 6 + \frac{x}{4}$ ; crescenza in  $0 < x < 1$  e in  $x > 2$ , max in  $x = 1$ , min in  $x = 2$ , flessi in  $x = \pm\sqrt{2}$ .

2  $y = \frac{2}{\sqrt{2}} + e^{\frac{2}{\sqrt{2}}} + e^{\frac{2}{\sqrt{2}}} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{2}}\right) \left(x - \frac{4}{x}\right)$ .

3 780 chilometri all'ora.

4 Area:  $\frac{3}{2}\sqrt{8} + \frac{2}{1} \log 2 - \frac{6}{1}$  (approssimativamente 2.065525).

5 **a)** non appartiene; **b)** piano  $3x + y - z + 2 = 0$ ; **c)** area:  $\frac{5}{1}\sqrt{11}$ .