

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 2x - 4 \log |x|$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin x - e^{\cos x}$$

3 L'automobile da corsa F sta percorrendo una pista rettilinea. Il telemetro T , che è posto a lato della pista a 18 metri da essa, rileva in un certo istante che la distanza TF è di 30 metri e che tale distanza sta aumentando con velocità di 64 metri al secondo. Qual è la velocità dell'automobile in quell'istante?

4 Calcolare l'area della regione del piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 1 + x \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \log x, \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti:

$$P(-2, 0, 4), \quad Q(-1, -1, 3), \quad S(3, 1, 2)$$

- a) Dopo aver scritto equazioni parametriche della retta r passante per P e Q , verificare se è vero o no che il punto $(1, -3, 2)$ appartiene a r .
- b) Determinare il piano contenente la retta r e il punto S .
- c) Calcolare l'area del triangolo PQS .

- 1** Alcune risposte:
 $f(x) = 2x - 2 - \frac{x}{4}$; crescita in $-1 < x < 0$ e in $x > 2$, min in $x = -1$ e $x = 2$, nessun flesso.
2 $y = \frac{7}{\sqrt{2}} - e^{\frac{7}{\sqrt{2}}} + \left(1 + e^{\frac{7}{\sqrt{2}}}\right) \left(x - \frac{7}{2}\right)$
3 80 metri al secondo.
4 Area: $\frac{7}{1} - \sqrt{2} \log 2 + 2\sqrt{2}$ (approssimativamente 2.3482).
5 a) non appartiene; b) piano $x - y + 2z = 9$; c) area $\frac{2}{3}\sqrt{6}$.