ISTITUZIONI DI MATEMATICHE
PER BIOLOGIA e BIOLOGIA MOLECOLARE

1/7/2008

$\boxed{1}$ Data la funzione

$$f(x) = \log|\sin x|$$

determinarne:

a) dominio, periodicità, simmetrie, limiti significativi;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
d) grafico.

$\boxed{2}$ Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 3 al grafico della funzione:

$$f(x) = e^{x/3} + \sqrt{x}$$

$\boxed{3}$ Usando un pezzo di fil di ferro lungo 20 decimetri, si costruisce l'intelaiatura (gli spigoli) di un parallelepipedo con i lati di base uno doppio dell'altro. Quali devono essere le dimensioni del parallelepipedo in modo che il volume sia massimo?

$\boxed{4}$ Calcolare l'area della regione di piano cartesiano compresa fra i grafici delle funzioni

$$f(x) = \log x \qquad \text{e} \qquad g(x) = x^2 - 5x + 4 \qquad \text{per} \qquad 1 \le x \le 3.$$

$\boxed{5}$ Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare il vettore $\mathbf{v}(1, 2, -2)$ e la retta r di equazioni cartesiane:

$$r \ \ldots \ \begin{cases} x + 2y - 2z - 2 = 0 \\ x - 4y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

a) Dopo aver scritto equazioni parametriche della retta r, verificare che essa è perpendicolare al vettore $\mathbf{v}$.

b) Determinare il piano perpendicolare a r e passante per $P(1, 1, 1)$.

c) Fra tutti i piani contenenti la retta r, determinare quello che è parallelo al vettore $\mathbf{v}$.

Alcune risposte:

$\boxed{1}$ Funzione pari con periodo π; $y' = \frac{\cos x}{\sin x}$, max in $x = \frac{\pi}{2}$; $y'' = -\frac{1}{\sin^2 x}$; sempre concava.

$\boxed{2}$ $y = e + \sqrt{3} + \left(\frac{1}{3}e + \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)(x - 3)$.

$\boxed{3}$ Lati di base: $\frac{10}{9}$ e $\frac{20}{9}$ decimetri; altezza: $\frac{5}{3}$ decimetri.

$\boxed{4}$ Area: $3\log 3 + \frac{4}{3}$ (valore approssimato: 4.63).

$\boxed{5}$ **b)** piano $2x + y + 2z - 5 = 0$; **c)** piano $2x - 2y - z - 4 = 0$.