

1 Data la funzione

$$f(x) = x^3 e^x$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa -2 al grafico della funzione:

$$f(x) = x^2 + \log |x|$$

3 Si vuole costruire un contenitore in plastica avente la forma di parallelepipedo a base quadrata e la capacità di 50 litri. Sulle pareti laterali viene applicata una fascia decorativa di altezza pari alla metà dell'altezza del parallelepipedo. Sapendo che la plastica costa un centesimo al decimetro quadrato e che il materiale per la fascia costa 3 centesimi al decimetro quadrato, determinare le dimensioni in modo che il costo complessivo sia minimo.

4 Usando il metodo dei coefficienti indeterminati, trovare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{2x^2 - x + 2}{x(x^2 + 1)} \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare il punto $P(1, -1, 2)$ e il piano α di equazione $2x + y + 2z - 2 = 0$.

- Detti rispettivamente A, B, C i punti di intersezione di α con gli assi coordinati x, y, z , calcolare l'area del triangolo ABC .
- Scrivere equazioni della retta r passante per P e perpendicolare ad α .
- Scrivere un'equazione del piano contenente r e passante per l'origine $O(0, 0, 0)$.

- 5 a) area: $\frac{2}{3}$; b) $y = 1 + 2t, z = -1 + t$; c) $4x - 2y - 3z = 0$. 5
- 4 Area: $2 \log 2 - \arctg 2 + \frac{\pi}{4}$ (valore approssimato: 1.0645). 4
- 3 Lato di base = 5 decimetri; altezza = 2 decimetri. 3
- 2 $y = 4 + \log 2 - \frac{2}{9}(x + 2)$, o anche $y = -\frac{2}{9}x - 5 + \log 2$ 2
- 1 $f'(x) > 0$ per $x < -3$, min. per $x = -3$; $f''(x) = e^x(x^3 + 6x^2 + 6x)$, conv. in $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$ e in $x > 3$, flessi per $x = -3 \pm \sqrt{3}$ e $x = 0$. 1

Alcune risposte: