

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log x}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{3}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin^2 x - \cos x$$

3 Due motociclette percorrono strade perpendicolari dirigendosi verso l'incrocio. In un certo istante le motociclette si trovano a 9 e 12 metri dall'incrocio e si muovono rispettivamente alla velocità di 30 e 20 metri al secondo. Con quale velocità sta variando la distanza fra le due motociclette in quell'istante?

4 Con un'opportuna sostituzione, calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x} \quad \text{per } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

5 Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti:

$$A(0, -1, 1), \quad B(-1, -3, 3), \quad C(1, 2, 0).$$

- a) Scrivere equazioni cartesiane della retta  $r$  passante per  $A$  e  $B$  e verificare se il punto  $(2, 3, -3)$  appartiene o no ad  $r$ .
- b) Determinare il piano passante per la retta  $r$  e il punto  $C$ .
- c) Calcolare la distanza di  $C$  da  $r$ .

- 5) Si, il punto dato appartiene a  $r$ ; b) piano  $4x - y + z - 2 = 0$ ; c)  $\sqrt{2}$ .
- 4) Area:  $\log 3 - \log 2$  (valore approssimato 0.40547).
- 3) 34 metri al secondo.
- 2)  $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3} \left( x - \frac{3}{x} \right)$ .
- 1) Dominio:  $x > 0, x \neq 1$ ;  $f'(x) = \frac{x}{\log x - 1} = \frac{x}{\log x - 1}$ ;  $f''(x) = \frac{x}{\log x - 2} = \frac{x}{\log x - 2}$ ;  $e; \lim_{x \rightarrow 0} f''(x) < 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} f''(x) > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow e^2} f''(x) > 0$ .

Alcune risposte: