

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log x}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin^2 x - \cos x$$

3 Due motociclette percorrono strade perpendicolari dirigendosi verso l'incrocio. In un certo istante le motociclette si trovano a 9 e 12 metri dall'incrocio e si muovono rispettivamente alla velocità di 30 e 20 metri al secondo. Con quale velocità sta variando la distanza fra le due motociclette in quell'istante?

4 Con un'opportuna sostituzione, calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x} \quad \text{per } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti:

$$A(0, -1, 1), \quad B(-1, -3, 3), \quad C(1, 2, 0).$$

- a) Scrivere equazioni cartesiane della retta r passante per A e B e verificare se il punto $(2, 3, -3)$ appartiene o no ad r .
- b) Determinare il piano passante per la retta r e il punto C .
- c) Calcolare la distanza di C da r .

- 5) Si, il punto dato appartiene a r ; b) piano $4x - y + z - 2 = 0$; c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- 4) Area: $\log 3 - \log 2$ (valore approssimato 0.40547).
- 3) 34 metri al secondo.
- 2) $y = \frac{1}{x} + \sqrt{3} \left(x - \frac{3}{x} \right)$.
- 1) Dominio: $x > 0, x \neq 1$; $f'(x) = \frac{x}{\log x - 1} = \frac{x}{\log x - 1}$; $f''(x) = \frac{x}{\log x + 2} = \frac{x}{\log x + 2}$; $0 < \ln 1 < x < e^2$.

Alcune risposte: