ISTITUZIONI DI MATEMATICA
PER BIOLOGIA e BIOLOGIA MOLECOLARE

9/1/2009

$\boxed{1}$ Data la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{x^2}$$

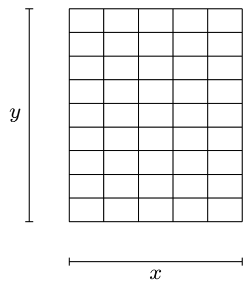
determinarne:

a) dominio, limiti significativi, asintoti;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, flessi;
d) grafico.

$\boxed{2}$ Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1 al grafico della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x} + \operatorname{arctg} x$$

$\boxed{3}$ Usando 30 metri di tondino di ferro, si vuole costruire un cancello a forma di rettangolo come in figura, costituito da 10 barre orizzontali di misura x e da 6 barre verticali di misura y. Determinare x e y in modo che l'area dell'intero rettangolo sia massima.



$\boxed{4}$ Con un'opportuna sostituzione, calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)\sqrt{x}}, \qquad \text{per } 1 \leq x \leq 4$$

$\boxed{5}$ Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare la retta r intersezione dei due piani seguenti:

α di equazione $x - y + z - 1 = 0$,
β di equazione $2x + y - 4z - 5 = 0$.

a) Scrivere un'equazione del piano passante per $P(2, 2, 2)$ e parallelo a β.

b) Scrivere un'equazione del piano contenente r e perpendicolare ad α.

c) Scrivere equazioni parametriche della retta r.

Alcune risposte:

$\boxed{1}$ Dominio $x > 0$; $f'(x) = \frac{1-2\log x}{x^3} > 0$ per $0 < x < \sqrt{e}$; $f''(x) = \frac{-5+6\log x}{x^4} > 0$ per $x > e^{\frac{5}{6}}$.

$\boxed{2}$ $y = 1 + \frac{\pi}{4} + 1 \cdot (x-1)$, cioè $y = x + \frac{\pi}{4}$.

$\boxed{3}$ Le misure di x e y sono rispettivamente di 1.5 m e 2.5 m.

$\boxed{4}$ Area: $2 \operatorname{arctg} 2 - \frac{\pi}{2} \approx 0.6435$.

$\boxed{5}$ **a)** piano $2x + y - 4z + 2 = 0$; **b)** piano $x - z - 2 = 0$; **c)** retta $x = 2 + t$, $y = 1 + 2t$, $z = t$.