

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log x - 1}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescenza, attacchi, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sin^3 x$$

3 Un capannone industriale avente la forma di parallelepipedo rettangolo con i lati di base uno doppio dell'altro e il volume di 2000 metri cubi viene rivestito esternamente con materiale isolante. Per le pareti laterali viene usato un pannello che costa 20 Euro al metro quadrato, mentre sul tetto è applicata una guaina che costa 10 Euro al metro quadrato. Determinare i lati di base x e $2x$ in modo che il costo complessivo sia minimo.

4 Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$f(x) = \cos^2 x \quad \text{per} \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti $A(2, 1, -1)$, $B(2, -3, 0)$ e la retta r di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

- a) Determinare il piano passante per r e A .
- b) Detti P e Q i punti in cui r interseca rispettivamente i piani coordinati xy e yz , calcolare la lunghezza del segmento PQ .
- c) Trovare i punti R di r tali che l'angolo \widehat{ARB} sia retto.

5 a) Piano $x - y + z = 0$; b) distanza $\sqrt{\frac{2}{3}}$; c) punti $R_1(0, -1, -1)$, $R_2(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{8})$.

4 Area: $\frac{\pi}{4} \approx 0.7854$.

3 Costo minimo per $x = 10\sqrt[3]{3}$.

2 $y = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left(\frac{\pi}{16} + \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \right) (x - \frac{\pi}{4})$

1 Dominio: $x > 0, x \neq e; f'(x) = \frac{\log x - 2}{\log^2 x - 2}$; $f''(x) = \frac{2(1-x)}{\log^2 x - 2}$; $e_2 > 0$ per $x > e$; attacco $f''(0^+) = 0$; $e > 0$ per $e > x > e^{-1}$.

Alcune risposte: