

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x}{x-2}$$

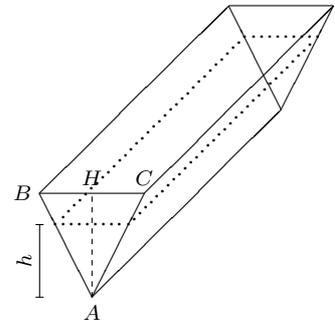
determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $e$  al grafico della funzione:

$$f(x) = \sqrt{x} - \log x$$

3 In un fossato avente la forma di prisma triangolare lungo 20 metri viene immessa acqua in ragione di 8 metri cubi all'ora. Il triangolo  $ABC$  (v. figura) ha il lato  $BC$  uguale all'altezza  $AH$ . Con quale velocità aumenta il livello  $h$  nell'istante in cui esso è di 2 metri?



4 Calcolare l'area della regione del piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$f(x) = 1 + \sin x \quad \text{e} \quad g(x) = \cos x, \quad \text{per } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

5 Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $P(1, 1, 1)$  e  $Q(2, -1, 3)$  e la retta  $r$  di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x + y - 2z + 2 = 0 \\ x + 2y - z - 3 = 0. \end{cases}$$

- Trovare il piano passante per  $r$  e  $P$ .
- Trovare l'area del triangolo avente per vertici l'origine  $O$ ,  $P$  e  $Q$ .
- Trovare il punto intersezione della retta  $PQ$  e del piano  $x + y - 2z + 2 = 0$ .

5) a) Piano  $3x + 5y - 4z - 4 = 0$ ; b) area  $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ; c) punto  $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ .

4) Area:  $\frac{\pi}{4} \approx 1.5708$ .

3) Velocità: 0.2 metri all'ora. [Traccia:  $V = 20 \frac{z}{h^2} = 10 \frac{z}{h^2}$ ,  $\frac{dV}{dt} = 20 \frac{dh}{dt}$ , ...]

2)  $y = \sqrt{e^{-\frac{2x}{x-2}}} - 1 + e^{-x}$ .

1) Dom.  $x \neq 2$ ;  $f'(x) = \frac{e^x(x-3)}{(x-2)^2}$ ;  $f''(x) = e^x \frac{x^2 - 6x + 10}{(x-2)^3}$ ;  $< 0$  per  $x < 2$ , nessun fl.

Alcune risposte: