

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = x - \operatorname{tg}^2 x$$

3 Un cubo di metallo si dilata per effetto del calore. A un certo istante il lato del cubo è di 90 centimetri e aumenta alla velocità di 0.8 centimetri all'ora. Trovare la velocità con cui aumenta il volume del cubo in quell'istante.

4 Usando il metodo dei coefficienti indeterminati, calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)} \quad \text{per } 0 \leq x \leq 1.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti $A(1, 1, 3)$, $B(-2, 3, 1)$ e la retta r di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

- Trovare il piano α passante per r e A .
- Calcolare l'area del parallelogramma di lati OA e OB .
- Verificare se è vero o no che il piano α di cui alla domanda **a)** è perpendicolare alla retta AB .

- 1** Dominio $x \geq 0$; $f'(x) = 2x - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$ per $x > \frac{1}{4}$; \min in $\frac{3}{4}$; $f''(x) = 2 + \frac{1}{2x^{3/2}} > 0$ per ogni x , nessun flesso.
- 2** $y = \frac{3}{x} - 3 + (1 - 8\sqrt{3})(x - \frac{3}{x})$.
- 3** Velocità: 19440 cm³ all'ora.
- 4** Area: $\frac{20}{3}\pi + \frac{10}{9}\log 2 - \frac{5}{4}\log 3 \approx 0.216$.
- 5** **a)** piano α ... $2x - y + z - 4 = 0$; **b)** area $\sqrt{138}$; **c)** non lo è perché i vettori $B - A = (-3, 2, -2)$ e $(2, -1, 1) \perp \alpha$ non sono paralleli.

Alcune risposte: