

**1** Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 2\sqrt{x}$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- grafico.

**2** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{3}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = x - \operatorname{tg}^2 x$$

**3** Un cubo di metallo si dilata per effetto del calore. A un certo istante il lato del cubo è di 90 centimetri e aumenta alla velocità di 0.8 centimetri all'ora. Trovare la velocità con cui aumenta il volume del cubo in quell'istante.

**4** Usando il metodo dei coefficienti indeterminati, calcolare l'area del sottografico di

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x - 3)(x^2 + 1)} \quad \text{per } 0 \leq x \leq 1.$$

**5** Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $A(1, 1, 3)$ ,  $B(-2, 3, 1)$  e la retta  $r$  di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

- Trovare il piano  $\alpha$  passante per  $r$  e  $A$ .
- Calcolare l'area del parallelogramma di lati  $OA$  e  $OB$ .
- Verificare se è vero o no che il piano  $\alpha$  di cui alla domanda **a)** è perpendicolare alla retta  $AB$ .

- 1** Dominio  $x \geq 0$ ;  $f'(x) = 2x - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$  per  $x > \frac{1}{4}$ ;  $\min$  in  $\frac{3}{4}$ ;  $f''(x) = 2 + \frac{1}{2x^{3/2}} > 0$  per ogni  $x$ , nessun flesso.
- 2**  $y = \frac{3}{x} - 3 + (1 - 8\sqrt{3})(x - \frac{3}{x})$ .
- 3** Velocità: 19440 cm<sup>3</sup> all'ora.
- 4** Area:  $\frac{20}{3}\pi + \frac{10}{9}\log 2 - \frac{5}{4}\log 3 \approx 0.216$ .
- 5** **a)** piano  $\alpha$  ...  $2x - y + z - 4 = 0$ ; **b)** area  $\sqrt{138}$ ; **c)** non lo è perché i vettori  $B - A = (-3, 2, -2)$  e  $(2, -1, 1) \perp \alpha$  non sono paralleli.

Alcune risposte: