

1 Data la funzione

$$f(x) = e^x(x - 3)^3$$

determinarne:

- dominio, limiti significativi, asintoti;
- derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione:

$$f(x) = x + \sin^2 x$$

3 Lo Space Shuttle S parte da terra con traiettoria verticale e in un certo istante si trova alla quota di 6000 metri dal suolo. L'osservatore A , che si trova a terra alla distanza di 8000 metri dalla rampa di lancio, rileva che in quell'istante la distanza AS sta aumentando alla velocità di 200 metri al secondo. Con quale velocità sta salendo S in quell'istante?

4 Mediante un'opportuna sostituzione, calcolare l'area del sottografico di:

$$f(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \quad \text{per} \quad 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti $A(0, -1, 2)$, $B(2, 2, 1)$ e la retta r di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -t \end{cases}$$

- Scrivere un'equazione del piano contenente r e B .
- Detti rispettivamente P e Q i punti di intersezione di r con i piani coordinati xy e xz , calcolare l'area del triangolo OPQ .
- Verificare se è vero o falso che le direzioni delle rette r e AB sono perpendicolari.

- 5) $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (2, 3, -1)$ • $\vec{c} = (1, -1, 1)$ è vero perché $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.
- 4) Area: $\arctg e^2 - \arctg e \approx 0.218$.
- 3) Velocità: $1000/3 \approx 333.33$ m/sec.
- 2) $y = \frac{4}{x} + 2(x - \frac{4}{x})$.
- 1) Dominio \mathbf{R} ; $f'(x) = e^x(x-3)^2 > 0$ per $x > 3$, flessi in $\pm\sqrt{3}$ e 3 .
 per $0 < x < 3$ $f''(x) = e^x(x-3)(2x-3) > 0$

Alcune risposte: