

1 Data la funzione

$$f(x) = 2 \cos x - \sin x \cos x$$

determinarne:

- dominio e periodicità;
- derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- derivata seconda, concavità, flessi;
- grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1 al grafico della funzione:

$$f(x) = e^x - \log x$$

3 Le navi  $A$  e  $B$  percorrono rotte perpendicolari allontanandosi dal porto  $P$ . In un certo istante la nave  $A$  dista 5 chilometri da  $P$  e procede alla velocità di 7 chilometri all'ora, mentre la velocità di  $B$  è di 9 chilometri all'ora. Sapendo inoltre che in quell'istante la distanza fra le due navi è di 13 chilometri, calcolare la velocità con cui varia la distanza stessa.

4 Calcolare l'area della regione del piano compresa fra i grafici delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \log x \quad \text{e} \quad g(x) = 1 - x^3, \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $P(1, 2, 3)$ ,  $Q(-1, 1, 1)$  e il piano  $\alpha$  di equazione  $x - y - 2z + 1 = 0$ .

- Scrivere equazioni parametriche della retta  $r$  passante per  $P$  e perpendicolare a  $\alpha$ .
- Determinare il piano contenente  $r$  e  $Q$ .
- Calcolare l'area del triangolo  $OPQ$ .

5 a)  $x = 1 + t, y = 2 - t, z = 3 - 2t$ ; b) piano  $2y - z - 1 = 0$ ; c) area:  $\frac{2}{1} \sqrt{26}$

4 Area:  $\frac{4}{13} - \frac{2}{1} \log 2 \approx 2.9034$

3 Velocità: 11 km/h.

2  $y = e + (e - 1)(x - 1)$ .

1  $f'(x) = 2 \sin^2 x - 2 \sin x - 1 < 0$  per  $\sin x > \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ , vera per  $\pi < \alpha_1 < x < \alpha_2 < 2\pi$ , quindi  $\alpha_1, \alpha_2$  sono risp. punti di min e max;  $f''(x) = 2 \cos x(2 \sin x - 1)$ ;  $f(x)$  è convessa negli intervalli  $\frac{6}{\pi} < x < \frac{7}{\pi}$  e  $\frac{5}{\pi} < x < \frac{6}{\pi}$ .

Alcune risposte: