

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1 + \log x}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa π al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin x + e^{\sin x}$$

3 Si vuole costruire una scatola in cartoncino avente la forma di parallelepipedo con i lati di base uno doppio dell'altro e la capacità di 4 decimetri cubi, rivestendo inoltre di stagnola le facce laterali. Sapendo che il cartoncino e la stagnola costano rispettivamente 2 e 6 centesimi al decimetro quadrato, determinare le dimensioni x e $2x$ della base in modo che il costo complessivo sia minimo.

4 Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)} \quad \text{per } 0 \leq x \leq 4.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare il piano α di equazione $3x + y - z - 3 = 0$ e la retta r di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

- a) Trovare un vettore \mathbf{v} parallelo alla retta r e verificare se è vero o no che \mathbf{v} e α sono paralleli.
- b) Determinare il piano contenente r e perpendicolare ad α .
- c) Detti rispettivamente A e B i punti di intersezione di r con i piani coordinati xz e yz , calcolare la lunghezza del segmento AB .