

**1** Studiare nell'intervallo  $[0, 2\pi]$  la funzione

$$f(x) = \sin x - \log \sin x$$

determinando:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- d) grafico.

**2** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 2 al grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 - 3}$$

**3** La sabbia versata da un nastro trasportatore forma un cono con il raggio di base che è  $\frac{3}{4}$  dell'altezza. Sapendo che in un certo istante l'altezza del cono è di 12 decimetri e che il volume sta aumentando alla velocità di 900 decimetri cubi al minuto, determinare la velocità con cui aumenta l'altezza in quell'istante.

**4** Calcolare l'area della parte di piano compresa fra le funzioni

$$f(x) = x \log x \quad \text{e} \quad g(x) = 1 - x, \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

**5** Nel sistema cartesiano  $(O, x, y, z)$  considerare i punti  $P(-2, 0, -2)$ ,  $Q(2, 1, 1)$  e la retta  $r$  di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

- a) Trovare il piano  $\alpha$  contenente  $r$  e parallelo al vettore  $Q - P$ .
- b) Determinare il punto  $R$  intersezione della retta  $PQ$  con il piano  $z = 0$ .
- c) Calcolare la distanza fra il piano  $\alpha$  e il punto  $Q$ .