

1 Studiare nell'intervallo $[0, 2\pi]$ la funzione

$$f(x) = \sin x - \log \sin x$$

determinando:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 2 al grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 - 3}$$

3 La sabbia versata da un nastro trasportatore forma un cono con il raggio di base che è $\frac{3}{4}$ dell'altezza. Sapendo che in un certo istante l'altezza del cono è di 12 decimetri e che il volume sta aumentando alla velocità di 900 decimetri cubi al minuto, determinare la velocità con cui aumenta l'altezza in quell'istante.

4 Calcolare l'area della parte di piano compresa fra le funzioni

$$f(x) = x \log x \quad \text{e} \quad g(x) = 1 - x, \quad \text{per } 1 \leq x \leq 2.$$

5 Nel sistema cartesiano (O, x, y, z) considerare i punti $P(-2, 0, -2)$, $Q(2, 1, 1)$ e la retta r di equazioni cartesiane:

$$\begin{cases} x + y - z - 2 = 0 \\ x - y - 3z = 0 \end{cases}$$

- a) Trovare il piano α contenente r e parallelo al vettore $Q - P$.
- b) Determinare il punto R intersezione della retta PQ con il piano $z = 0$.
- c) Calcolare la distanza fra il piano α e il punto Q .