

**1** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

**2** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa  $\frac{\pi}{4}$  al grafico della funzione:

$$f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos x}$$

**3** Una scatola priva di coperchio ha la forma di parallelepipedo rettangolo con i lati di base  $x$  e  $4x$  uno quadruplo dell'altro, e il volume di 50 decimetri cubi. Quali devono essere le dimensioni della scatola affinché la superficie (base + superficie laterale) sia minima?

**4** Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 3}{x(\sqrt{x} + 1)} \quad \text{per } 1 \leq x \leq 4.$$

**5** Nel sistema  $(O, x, y, z)$  sono dati il punto  $P(2, 1, 2)$  e la retta  $r$  di equazioni:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + 3y - z - 4 = 0 \end{cases}$$

- a) Scrivere equazioni parametriche di  $r$ .
- b) Determinare il piano che contiene la retta  $r$  e il punto  $P$ .
- c) Determinare i due punti di  $r$  che distano  $\sqrt{17}$  da  $P$ .