

1 Data la funzione

$$f(x) = x^2(1 - \log x)$$

determinarne:

- a) dominio, limiti significativi, asintoti;
- b) derivata prima, crescita, punti di massimo e di minimo;
- c) derivata seconda, concavità, flessi;
- d) grafico.

2 Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1 al grafico della funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} - e^{2x}$$

3 Una lamina metallica avente la forma di rettangolo con l'altezza doppia della base si sta raffreddando. Sapendo che all'istante $t = 0$ la superficie è di 450 cm^2 e che essa sta diminuendo alla velocità di 0.3 cm^2 all'ora, determinare la velocità con cui diminuisce la base in quell'istante.

4 Calcolare l'area del sottografico della funzione

$$f(x) = e^x \sin x \quad \text{per } 0 \leq x \leq \pi.$$

5 Nel sistema (O, x, y, z) sono dati i punti $P(1, 3, -1)$, $Q(2, 2, 3)$ e la retta r di equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

- a) Determinare il piano α passante per r e P .
- b) Le rette r e PQ sono parallele? Sono perpendicolari?
- c) Trovare i due piani paralleli ad α che distano $\sqrt{14}$ da Q .