CORSI DI STUDI IN BIOLOGIA E BIOLOGIA MOLECOLARE

Esempi di prove scritte d'esame

I numeri fra parentesi all'inizio di ogni esercizio fanno riferimento alla soluzione dello stesso nel volume ≪*333 esercizi svolti*≫ di G. Artico, edizioni Libreria Progetto, Padova.

Esempio 1.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.7, 89) Data la funzione $f(x) = x^2 - 8x + 8 + 6\log x$, determinarne:

a) dominio, limiti significativi, asintoti;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
d) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.11, 13) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{3}$ al grafico della funzione $f(x) = \sin^2 x - x$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ (3.15, 61) Un blocco di metallo viene riscaldato e mantiene la forma di parallelepipedo rettangolo a base quadrata con altezza uguale alla metà del lato di base. In un certo istante il volume è di 32 decimetri cubi e sta aumentando con velocità di 0.48 decimetri cubi all'ora. Con quale velocità sta aumentando la superficie totale in quell'istante?

$\boxed{\mathbf{4}}$ (6.4, 208) Calcolare: $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos\sqrt{x}\,dx$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.1, 231) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ considerare il punto $P(0, 2, 2)$ e la retta r di equazioni parametriche $x = 2 + t$, $y = -2 - 3t$, $z = 1 - t$.

a) Verificare che P non appartiene a r e trovare un'equazione del piano α che contiene r e P.

b) Scrivere equazioni parametriche della retta passante per P e perpendicolare ad α.

c) Trovare il punto Q di intersezione fra r e il piano $x + y - z = 0$ e calcolare l'area del triangolo OPQ.

Esempio 2.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.61, 179) Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{x^2+2} - \log x$ determinandone:

a) dominio, limiti significativi, asintoti;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
d) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.5, 10) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa e al grafico della funzione $f(x) = 2 + \log^3 x$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ (2.8, 24) Si devono noleggiare dei cavalli per compiere un viaggio di 12 miglia a bordo di un carro. Il costo per ogni cavallo è di 2 dollari all'ora e la velocità a cui viaggia il carro dipende dal numero x di cavalli impiegati secondo la legge $v(x) = \frac{8x^2}{16+x^2}$ miglia all'ora. Trovare il tempo impiegato per il tragitto in funzione del numero di cavalli. Calcolare poi il numero di cavalli che conviene utilizzare per compiere il viaggio con la spesa minima.

$\boxed{\mathbf{4}}$ (5.13, 191) Calcolare: $\displaystyle\int \frac{e^x-4}{e^x-2}dx$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.14, 244) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ considerare il piano α contenente i punti $A(0,-1,2)$, $B(-1,0,-1)$, $C(1,1,1)$.

a) Scrivere equazioni parametriche della retta passante per A e perpendicolare ad α.

b) Scrivere un'equazione del piano α.

c) Scrivere un'equazione del piano passante per il punto A e perpendicolare alla retta AB.

Esempio 3.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.21, 113) Studiare la funzione $f(x) = \log|x| - \dfrac{1}{2}\log(x+1)$ determinandone:

a) dominio, limiti significativi, asintoti;
b) derivata prima, crescenza, eventuali punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
d) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.16, 15) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 0 al grafico della funzione $f(x) = \operatorname{arctg}(x+1) - e^{x^2}$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ (2.6, 23) Le navi A e B percorrono a velocità costante rotte perpendicolari, aventi il punto di incrocio in F. La nave A parte da un punto a 50 chilometri a est di F e si avvicina a F alla velocità di 8 chilometri all'ora; la nave B parte da F e va verso nord alla velocità di 6 chilometri all'ora. Calcolare la distanza minima fra le due navi.

$\boxed{\mathbf{4}}$ (5.9, 189) Calcolare: $\displaystyle\int 2x^3 e^{x^2}\,dx$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.6, 236) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ considerare il punto $P(1,1,1)$ e la retta r di equazioni:

$$\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 2x - y + z + 2 = 0. \end{cases}$$

a) Determinare il piano che contiene r e P.

b) Dopo aver scritto equazioni parametriche di r, determinare il piano che contiene P ed è perpendicolare ad r.

c) Determinare i due punti di r che distano 2 dal piano $x - 2y - 2z + 3 = 0$.

Esempio 4.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.43, 152) Studiare la funzione $f(x) = \dfrac{2\sin x - 1}{1 - \sin x}$ determinandone:

a) dominio e periodicità;
b) limiti significativi e asintoti;
c) derivata prima, crescenza, massimi e minimi;
d) derivata seconda, concavità, eventuali flessi;
e) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.1, 8) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 4 al grafico della funzione $f(x) = xe^{\sqrt{x}}$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ (2.3, 21) Considerare i parallelepipedi rettangoli con base quadrata che hanno la superficie totale uguale a 24 decimetri quadrati. Determinare la misura del lato di base per cui il volume è massimo e quella per cui esso è minimo.

$\boxed{\mathbf{4}}$ (6.31, 227) Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione completa intorno all'asse x della funzione $f(x) = \sqrt{e^x \cos 2x}$, per $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.22, 253) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ considerare il punto $P(0, 4, 1)$.

a) Scrivere equazioni parametriche della retta r passante per P e parallela ai due piani $4x - y = 0$ e $3x + z = 0$.

b) Detto Q il punto di intersezione di r con il piano coordinato xz, calcolare la distanza dall'origine del piano passante per P, Q e $R(1, 4, -1)$.

c) Calcolare l'area del parallelogramma avente per lati i segmenti QP e QR.

Esempio 5.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.46, 156) Data la funzione $f(x) = \sin^2 x - \sin x$, determinarne:

a) dominio e periodicità;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e di minimo;
c) derivata seconda, concavità, flessi;
d) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.17, 15) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\sqrt{3}$ al grafico della seguente funzione:

$$f(x) = x \operatorname{arctg} x\,.$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ (3.4, 51) Un lingotto di stagno viene schiacciato, mantenendo il volume di 2.25 decimetri cubi e la forma di parallelepipedo rettangolo a base quadrata. In un certo istante l'altezza è di 0.25 decimetri e sta diminuendo con velocità di 0.5 decimetri all'ora. Con quale velocità sta variando il lato di base in quell'istante?

$\boxed{\mathbf{4}}$ (6.14, 214) Calcolare l'area della regione del piano cartesiano Oxy che verifica le seguenti condizioni:

$$x \geq 0, \qquad x \leq y \leq \sqrt{x}\,.$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.5, 235) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ sono dati i punti $A(-1,3,0)$, $B(0,3,1)$, $C(1,2,1)$ e $D(2,2,3)$.

a) Verificare che i punti A, B, C non sono allineati e trovare un'equazione del piano α che li contiene.

b) Dopo aver scritto equazioni parametriche della retta r passante per D e perpendicolare ad α, verificare che il punto $(-1,-1,6)$ appartiene a r.

c) Calcolare il volume del parallelepipedo avente per spigoli i segmenti AB, AC, AD.

Esempio 6.

$\boxed{\mathbf{1}}$ (4.58, 174) Studiare la funzione $f(x) = x - \sqrt{x+1}$ determinandone:

a) dominio, limiti significativi, asintoti;
b) derivata prima, crescenza, punti di massimo e minimo, attacchi;
c) derivata seconda, concavità, flessi;
d) grafico.

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1.10, 12) Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa $\frac{\pi}{4}$ al grafico della funzione $f(x) = \operatorname{tg} x - x^2$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ (3.2, 50) Una rondine spicca il volo dalla cima di un albero alto 12 metri e se ne allontana percorrendo una traiettoria rettilinea orizzontale. Nell'istante in cui ha percorso 5 metri, la rondine ha una velocità di 6.5 metri al secondo. Con quale velocità sta variando la sua distanza dal piede dell'albero in quell'istante?

$\boxed{\mathbf{4}}$ (6.8, 210) Calcolare: $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos\sqrt{x}\,dx.$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (7.11, 241) Nel sistema cartesiano $Oxyz$ sono dati il punto $P_0(1,3,0)$ e la retta r di equazioni:

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t. \end{cases}$$

a) Scrivere un'equazione del piano che passa per P_0 ed è perpendicolare a r.

b) Calcolare la distanza di P_0 da r.

c) Determinare i punti A e B di r che distano $3\sqrt{2}$ da P_0.