
Cognome: Nome: Matricola:

Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.

Domanda 1

Dare la definizione di albero binomiale e dimostrare che un albero binomiale di altezza n contiene 2^n elementi.

Domanda 2

Si consideri la struttura dati per insiemi disgiunti basata su foreste discussa a lezione, con unione per rango e compressione dei cammini. Se per ogni nodo x , $height(x)$ indica l'altezza dell'albero radicato in x e con $rank(x)$ il suo rango, si dimostri che $rank(x) \geq height(x)$.

Domanda 3

Si supponga di inserire in un B-albero di grado minimo 2, inizialmente vuoto, i seguenti elementi:

$\underbrace{2 \quad 7 \quad 5}_I$

$\underbrace{4 \quad 12 \quad 8}_{II}$

$\underbrace{6 \quad 10}_{III}$

Specificare gli alberi ottenuti dopo l'inserimento degli elementi del I gruppo, del I e II gruppo, del I, II e III gruppo. Infine, indicare l'effetto della rimozione dell'elemento 10 dall'ultimo albero ottenuto.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 1

Progettare una struttura dati per la gestione di un insieme dinamico di interi, con operazioni

- $New(S)$ crea un insieme vuoto;
- $Ins(S, x)$ inserisce l'elemento x nell'insieme S ;
- $Half(S)$ cancella da S i $\lceil |S|/2 \rceil$ elementi più piccoli.

Si richiede che una qualsiasi sequenza di n operazioni venga eseguita in tempo $O(n \log n)$.

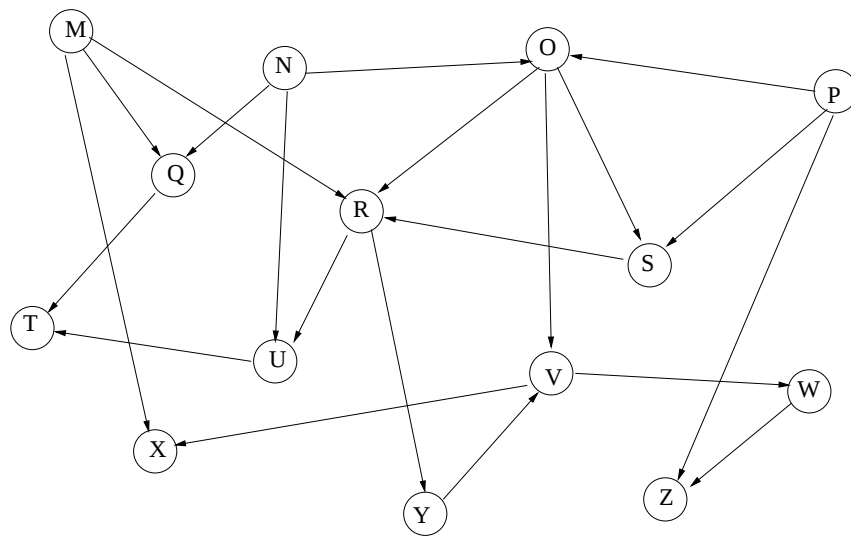
- a. Specificare quali strutture dati di supporto si utilizzano e fornire lo pseudo-codice per la realizzazione delle operazioni suddette.
- b. Dimostrare, mediante un'analisi ammortizzata della complessità, che una sequenza di n operazioni costa $O(n \log n)$.
- c. È possibile ottenere una complessità lineare per una sequenza di n operazioni?

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il seguente grafo G orientato aciclico, dove le liste delle adiacenze e gli elementi delle liste delle adiacenze si assumono ordinati alfabeticamente.

- Si indichino *direttamente sul grafo* i tempi di inizio e di fine di ciascun vertice ottenuti applicando una ricerca in profondità $DFS(G, m)$.
- Si disegni la foresta ottenuta.
- Si indichi *direttamente sul grafo* la classificazione degli archi.
- Si indichi un ordinamento topologico.



Cognome: Nome: Matricola:

Domanda 4

Dare la definizione di ordinamento topologico di un grafo orientato aciclico. Dimostrare che un grafo orientato ciclico non può mai essere ordinato topologicamente.

