
Cognome: Nome: Matricola:

Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.

Domanda 1

Dimostrare che il numero di alberi che formano uno heap binomiale è $O(\log n)$ dove n è il numero di elementi nello heap (assumere la definizione di albero binomiale e le relative proprietà).

Domanda 2

Modificare la struttura dati foresta di insiemi disgiunti in modo da poter eseguire efficientemente, oltre alle operazioni viste a lezione, anche l'operazione $\text{SUMELEM}(x)$ che restituisce la somma degli elementi dell'insieme a cui appartiene x . Indicare se e come devono essere modificate le funzioni $\text{MAKESET}(x)$, $\text{FINDSET}(x)$, $\text{LINK}(x, y)$ e $\text{UNION}(x, y)$, e scrivere lo pseudo-codice di $\text{SUMELEM}(x)$.

Domanda 3

Indicare il codice prefisso ottenuto utilizzando l'algoritmo di Huffman per l'alfabeto $\{a, b, c, d, e, f, g\}$, supponendo che ogni simbolo appaia con le seguenti frequenze.

a	b	c	d	e	f	g
6	2	12	3	8	9	16

Spiegare il processo di costruzione del codice.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 1

Siano dati n files di lunghezze l_1, \dots, l_n (interi positivi) da memorizzare su un disco di capacità data D . Si vuole selezionare un sottoinsieme degli n files che abbia cardinalità massima e che possa essere contenuto nel disco.

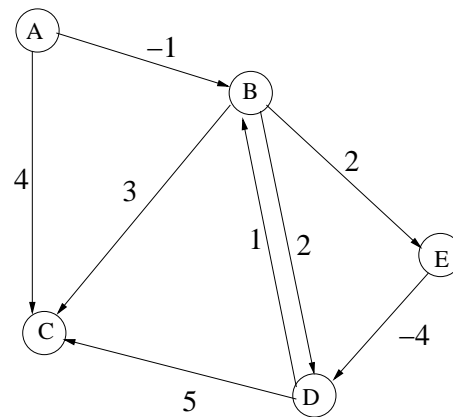
- a. Definire una algoritmo greedy per la soluzione del problema, fornendone lo pseudo-codice.
- b. Valutare la complessità dell'algoritmo fornito.
- c. Provare formalmente la correttezza dell'algoritmo secondo i seguenti passi: definire una soluzione del problema ed il suo peso, mostrare che vale la proprietà della scelta golosa, mostrare che vale la proprietà della sottostruttura ottima e usare questi fatti per concludere la correttezza dell'algoritmo.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il grafo G , orientato e pesato, in figura e il problema dei cammini minimi dalla sorgente A .

- Si indichi il valore di verità restituito in output dell'esecuzione dell'algoritmo di Bellman-Ford su G e se ne discuta il significato.
- Si indichi il contenuto dei vettori d e π dopo l'esecuzione dell'algoritmo di Bellman-Ford sul grafo G e si spieghi il loro significato.
- Si sarebbe potuto usare l'algoritmo di Dijkstra? Motivare la risposta.



Cognome: Nome: Matricola:

Domanda 4

Dato un grafo orientato G si dia la definizione di:

- grafo trasposto (G^T);
- componente fortemente connessa;
- grafo delle componenti fortemente connesse (G^{SCC}).

Dimostrare che $((G^T)^{SCC})^T = G^{SCC}$, cioè che il trasposto del grafo delle componenti connesse del grafo trasposto è uguale al grafo delle componenti connesse del grafo di partenza. **Suggerimento:** Usare le definizioni e non gli algoritmi. Dimostrare prima che G e G^T hanno le stesse componenti fortemente connesse.

