

Cognome: Nome: Matricola:

Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.

Domanda 1

Dare la definizione di albero binomiale e provare che, se n è il numero dei nodi dell'albero, l'altezza è pari a $\log_2(n)$.

Domanda 2

Si fornisca un limite superiore all'altezza di un B-albero di grado minimo 2, in funzione del numero m delle chiavi.

Domanda 3

Si supponga di inserire in un B-albero di grado minimo 2, inizialmente vuoto, i seguenti elementi:

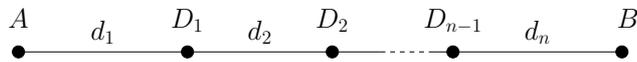
$$\underbrace{7 \quad 10 \quad 3}_I \qquad \underbrace{2 \quad 5 \quad 4}_{II} \qquad \underbrace{8 \quad 9}_{III}$$

Specificare gli alberi ottenuti dopo l'inserimento degli elementi del I gruppo, del I e II gruppo, del I, II e III gruppo. Infine, indicare l'effetto della rimozione dell'elemento 7 dall'ultimo albero ottenuto.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 1

Si supponga di voler viaggiare dalla città A alla città B con un'auto che ha un'autonomia pari a d km. Lungo il percorso si trovano $n - 1$ distributori D_1, \dots, D_{n-1} , a distanze di d_1, \dots, d_n km ($d_i \leq d$) come indicato in figura



L'auto ha inizialmente il serbatoio pieno.

- a. Fornire un algoritmo greedy che seleziona il minor numero di distributori in cui far tappa durante il viaggio e se ne discuta la complessità.
- b. Dimostrare la correttezza dell'algoritmo, secondo i seguenti passi: definire una soluzione del problema ed il suo peso, mostrare che vale la proprietà della scelta golosa, mostrare che vale la proprietà della sottostruttura ottima e usare questi fatti per concludere la correttezza dell'algoritmo.



Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 2

Dato un grafo $G = (V, E)$ non orientato, chiamiamo *triangolo* un insieme di tre nodi distinti e a due a due adiacenti in G , ovvero $\{a, b, c\} \subseteq V$ tale che $a \neq b \neq c$ e $a \neq c$ e $\{(a, b), (b, c), (a, c)\} \subseteq E$.

- a. Sia G un grafo non orientato completo: qual è il numero dei suoi triangoli?
- b. Descrivere un algoritmo che ricevendo in input un grafo non orientato descritto con la matrice delle adiacenze calcola il numero dei suoi triangoli. Fare lo stesso supponendo che il grafo in input sia rappresentato dalla lista delle adiacenze. Studiare la complessità di entrambi gli algoritmi senza preoccuparsi se risultano costosi.



Cognome: Nome: Matricola:

Domanda 4

Rispondere ai seguenti quesiti:

- a. Dare la definizione di taglio (S, T) di una rete di flusso $G(V, E)$, del flusso che lo attraversa $f(S, T)$ e della sua capacità $c(S, T)$.
- b. Dimostrare che, dato un flusso f di una rete di flusso $G = (V, E)$ e un taglio (S, T) di tale rete, vale $f(S, T) = |f|$.

