
Cognome: Nome: Matricola:

Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.

Domanda 1

Dare la definizione di albero binomiale e dimostrare che un albero binomiale di altezza n contiene 2^n elementi.

Domanda 2

Si consideri la struttura dati per insiemi disgiunti basata su foreste discussa a lezione, con unione per rango e compressione dei cammini e per ogni nodo x , si indichi con $rank(x)$ il rango di x e con $p(x)$ il nodo padre di x . Si dimostri che per ogni nodo x non radice vale $rank(x) < rank(p(x))$.

Domanda 3

Indicare il codice prefisso ottenuto utilizzando l'algoritmo di Huffman per l'alfabeto $\{a, b, c, d, e, f, g\}$, supponendo che ogni simbolo appaia con le seguenti frequenze.

a	b	c	d	e	f	g
16	12	2	8	3	9	6

Spiegare il processo di costruzione del codice.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 1

Progettare una struttura dati “coda estendibile” che funziona nel modo seguente: si possono inserire ed estrarre elementi, come in una normale coda, ma quando la coda è piena, si crea una nuova coda con capacità doppia rispetto alla precedente e si trasferisce il contenuto della vecchia coda nella nuova. Inizialmente la coda ha capacità 1.

Si supponga di avere a disposizione le operazioni standard sulle code ($New(k)$ restituisce una nuova coda Q di capacità k , $In(Q, x)$ inserisce un elemento x nella coda Q , $Out(Q)$ estrae un elemento dalla coda Q e lo restituisce, $IsFull(Q)$ indica se la coda Q è piena), e si definiscano le corrispondenti operazioni su code estendibili:

- $New_e()$ crea una coda estendibile;
- $In_e(Q, x)$ inserisce l'elemento x nella coda Q ;
- $Out_e(Q)$ estrae un elemento dalla coda Q e lo restituisce.

Si richiede che una qualsiasi sequenza di n operazioni venga eseguita in tempo $O(n)$.

- a. Fornire lo pseudo-codice per la realizzazione delle operazioni suddette.
- b. Dimostrare, mediante un'analisi ammortizzata della complessità, che una sequenza di n operazioni costa $O(n)$.



Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 2

Scrivere lo pseudocodice di un algoritmo che dato un grafo orientato aciclico pesato ed un vertice s calcola i cammini massimi da s ad ogni altro vertice. Indicare la complessita' dell'algoritmo.



Cognome: Nome: Matricola:

Domanda 4

Mostrare, con un esempio, come un vertice v di un grafo orientato possa essere l'unico vertice di un albero della foresta di ricerca in profondità pur avendo sia archi entranti che uscenti.

