
Cognome: Nome: Matricola:

Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata.

Domanda 1

Dare la definizione di albero binomiale e dimostrare che un albero binomiale di altezza n contiene 2^n elementi.

Domanda 2

Modificare la struttura dati foresta di insiemi disgiunti in modo da poter eseguire efficientemente, oltre alle operazioni viste a lezione, anche l'operazione $\text{SUMELEM}(x)$ che restituisce la somma degli elementi dell'insieme a cui appartiene x . Indicare se e come devono essere modificate le funzioni $\text{MAKESET}(x)$, $\text{FINDSET}(x)$, $\text{LINK}(x, y)$ e $\text{UNION}(x, y)$, e scrivere lo pseudo-codice di $\text{SUMELEM}(x)$.

Domanda 3

Si supponga di inserire in un B-albero di grado minimo 2, inizialmente vuoto, i seguenti elementi:

$$\underbrace{3 \quad 7 \quad 13}_I \qquad \underbrace{8 \quad 5 \quad 6}_{II} \qquad \underbrace{2 \quad 1}_{III}$$

Specificare gli alberi ottenuti dopo l'inserimento degli elementi del I gruppo, del I e II gruppo, del I, II e III gruppo. Infine, indicare l'effetto della rimozione dell'elemento 1 dall'ultimo albero ottenuto.

Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 1

Progettare una struttura dati per la gestione di un insieme di interi, con operazioni

- $New(S)$ crea un insieme vuoto;
- $Ins(S, x)$ inserisce l'elemento x nell'insieme S ;
- $Cut(S, n)$ cancella da S tutti gli elementi maggiori di n .

Si richiede che una qualsiasi sequenza di n operazioni venga eseguita in tempo $O(n \log n)$.

- a. Specificare quali strutture dati di supporto si utilizzano e fornire lo pseudo-codice per la realizzazione delle operazioni suddette.
- b. Dimostrare, mediante un'analisi ammortizzata della complessità basata sul metodo del potenziale o degli accantonamenti, che una sequenza di n operazioni costa $O(n \log n)$.

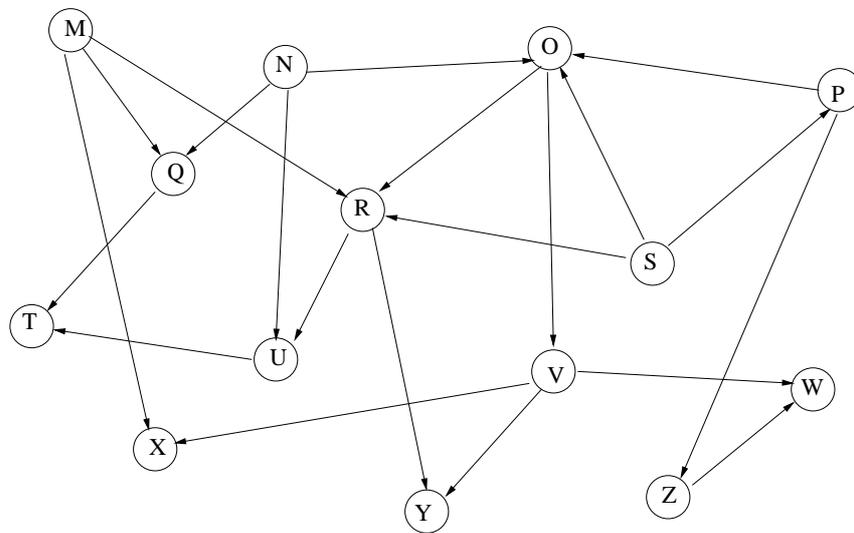


Cognome: Nome: Matricola:

Esercizio 2

Si consideri il seguente grafo G orientato aciclico, dove le liste delle adiacenze e gli elementi delle liste delle adiacenze si assumono ordinati alfabeticamente.

- Si indichino *direttamente sul grafo* i tempi di inizio e di fine di ciascun vertice ottenuti applicando una ricerca in profondità.
- Si disegni la foresta ottenuta.
- Si indichi *direttamente sul grafo* la classificazione degli archi.
- Dire se esiste un ordinamento topologico, ed in caso affermativo fornire un tale ordinamento.



Le annotazioni devono essere opportunamente commentate.



Cognome: Nome: Matricola:

Domanda 4

Dare la definizione di ordinamento topologico di un grafo orientato aciclico. Dimostrare che un grafo orientato ciclico non può mai essere ordinato topologicamente.

