

Algoritmi e Strutture Dati

7 febbraio 2025

Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea e motivarne la correttezza.
3. L'efficienza e l'aderenza alla traccia sono criteri di valutazione delle soluzioni proposte.
4. Si consegnano tutti i fogli, con nome, cognome, matricola e l'indicazione *bella copia* o *brutta copia*.

Domande

Domanda A (5 punti) Si determini la soluzione asintotica della seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = 3T(n/3) + n^2 + 1$$

Domanda B (7 punti) Si consideri una tabella hash di dimensione $m = 7$, e indirizzamento aperto con doppio hash basato sulle funzioni $h_1(k) = k \bmod m$ e $h_2(k) = 1 + k \bmod (m - 2)$. Si descriva sinteticamente come avviene l'inserimento degli elementi e si specifichi il risultato dell'inserzione della sequenza di chiavi: 10, 20, 34, 35, 48.

Sarebbe appropriato lavorare con una tabella di dimensione $m = 8$ e le stesse funzioni hash?

Esercizi

Esercizio 1 (10 punti) Siano dati due array $A[1..2n]$ e $B[1..n]$ organizzati a max-heap, entrambi contenenti n elementi (**heapsize=n**). Realizzare una procedura **SortJoin(A,B,n)** che dati in input array A e B con le proprietà sopra descritte, ritorna in A un array ordinato contenente tutti i $2n$ elementi originariamente presenti in A e B . L'array B può essere modificato durante l'esecuzione della procedura, se necessario, ma l'algoritmo dovrà operare in *spazio costante*. Dare lo pseudocodice della procedura, motivarne la correttezza e valutarne la complessità. Se si utilizzano operazioni sui max-heap andranno definite esplicitamente.

Esercizio 2 (10 punti) Si consideri il problema di selezione di attività compatibili, con n attività $a_1, \dots, a_n$ che ci vengono date attraverso due vettori $\mathbf{s}$ e $\mathbf{f}$ di tempi di inizio e fine, e ordinate per tempo di *inizio* (cioè $0 < s_1 \leq s_2 \leq \dots \leq s_n$).

- (a) Scrivere un algoritmo greedy iterativo che implementa la scelta greedy di selezionare l'attività che inizia per ultima.
- (b) Determinare l'insieme di attività restituito dall'algoritmo al punto (a) quando eseguito sul seguente insieme di 6 attività, caratterizzate dai seguenti vettori $\mathbf{s}$ e $\mathbf{f}$ di tempi di inizio e fine:

$$\mathbf{s} = (1, 2, 3, 5, 7, 10) \quad \mathbf{f} = (3, 9, 10, 7, 11, 12)$$

- (c) Dimostrare la proprietà di scelta greedy, cioè che esiste soluzione ottima che contiene l'attività che inizia per ultima.