

Algoritmi e Strutture Dati

4 luglio 2025

Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea e motivarne la correttezza.
3. L'efficienza e l'aderenza alla traccia sono criteri di valutazione delle soluzioni proposte.
4. Si consegnano tutti i fogli, con nome, cognome, matricola e l'indicazione *bella copia* o *brutta copia*.

Domande

Domanda A (6 punti) Si dimostri che la ricorrenza che segue ha soluzione $T(n) = \Theta(n)$

$$T(n) = \frac{2}{3}T(n-1) + 2n$$

Domanda B (7 punti) Dare la definizione di albero binario di ricerca. Specificare l'albero ottenuto inserendo, con la procedura vista a lezione, a partire da un albero vuoto, i nodi aventi le seguenti chiavi: 10, 5, 3, 15, 7, 12. Si supponga che dall'albero così ottenuto si cancelli il nodo con chiave 5 e si indichi l'albero ottenuto. Sia per gli inserimenti che per la cancellazione, motivare sinteticamente il risultato ottenuto.

Esercizi

Esercizio 1 (10 punti) Dato un array $A[1, n]$ di interi un indice i si dice *stabile* se $A[i] = i$. Realizzare una procedura `stab(A, n)` che dato in input un array $A[1, n]$ di interi *distinti*, ordinato in modo crescente, ritorna un indice stabile, se esiste, e ritorna 0 altrimenti. Dimostrarne la correttezza e valutarne la complessità.

Esercizio 2 (9 punti) Data una stringa $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$, si consideri la seguente quantità $\ell(i, j)$, definita per $1 \leq i \leq j \leq n$:

$$\ell(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 2 & \text{se } i = j - 1 \\ 2 + \ell(i + 1, j - 1) & \text{se } (i < j - 1) \text{ e } (x_i = x_j) \\ \sum_{k=i}^{j-1} (\ell(i, k) + \ell(k + 1, j)) & \text{se } (i < j - 1) \text{ e } (x_i \neq x_j). \end{cases}$$

- (a) Scrivere una coppia di algoritmi `INIT L(X)` e `REC L(X, i, j)` per il calcolo memoizzato di $\ell(1, n)$.
- (b) Determinarne la complessità *al caso migliore* $T_{\text{best}}(n)$, supponendo che le uniche operazioni di costo unitario e non nullo siano i confronti tra caratteri.