

Algoritmi e Strutture Dati

10 settembre 2025

Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea e motivarne la correttezza.
3. L'efficienza e l'aderenza alla traccia sono criteri di valutazione delle soluzioni proposte.
4. Si consegnano tutti i fogli, con nome, cognome, matricola e l'indicazione *bella copia* o *brutta copia*.

Domande

Domanda A (7 punti) Dare la definizione formale della classe $\Omega(f(n))$ per una funzione $f(n)$. Mostrare che date due funzioni $f(n)$, $g(n)$ (che si possono assumere sempre positive), se $f(n) = \Omega(n^2)$ allora $f(n) + g(n) = \Omega(n^2 + g(n))$. Vale anche $f(n) - g(n) = \Omega(n^2 - g(n))$? Dimostrarlo o fornire un controesempio.

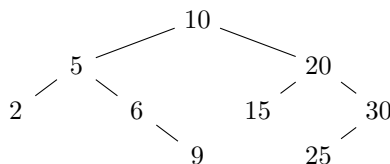
Domanda B (6 punti) Indicare, in forma di albero binario, il codice prefisso ottenuto tramite l'algoritmo di Huffman per l'alfabeto $\{a, b, c, d, e, f\}$, supponendo che ogni simbolo appaia con le seguenti frequenze:

a	b	c	d	e	f
12	7	14	30	10	27

Spiegare brevemente il processo di costruzione del codice.

Esercizi

Esercizio 1 (10 punti) Realizzare una funzione `mdist(T,v)` che dato un albero binario di ricerca T e una chiave v restituisce un nodo x di T la cui chiave abbia distanza minima da v , ovvero tale che il valore $|x.k - v|$ sia minimo. Fornire lo pseudocodice, valutarne la complessità e giustificarne la correttezza. Ad esempio se T è l'albero sotto indicato, allora `mdist(T,8)` ritorna il nodo con chiave 9 mentre `mdist(T,28)` ritorna il nodo con chiave 30.



Esercizio 2 (9 punti) Sia $n > 0$ un intero. Si consideri la seguente ricorrenza $M(i, j)$ definita su tutte le coppie (i, j) con $1 \leq i \leq j \leq n$:

$$M(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j, \\ 2 & \text{se } j = i + 1, \\ M(i + 1, j - 1) \cdot M(i + 1, j) \cdot M(i, j - 1) & \text{se } j > i + 1. \end{cases}$$

- (a) Scrivere una coppia di algoritmi `INIT-M(n)` e `REC-M(i, j)` per il calcolo memoizzato di $M(1, n)$.
- (b) Calcolare il numero *esatto* $T(n)$ di moltiplicazioni tra interi eseguite per il calcolo di $M(1, n)$.