

**Insertion Sort Ricorsivo.** La soluzione può comporsi di due funzioni:

```
InsSort(A, j)      # ordina A[1..j]
  if j > 1
    InsSort(A,j-1)  # ordina A[1..j-1]
    Insert(A,j)     # inserisce A[j] in A[1,j-1] ordinato

Insert(A, j)       # inserisce A[j] in A[1,j-1] ordinato

# se j=1 oppure A[j-1] <= A[j],
# A[j] e' gia' nel posto giusto
# altrimenti ...

if (j > 1) and (A[j] < A[j-1])
  A[j] <-> A[j-1]
  Insert(A, j-1)
```

La correttezza di `InsSort`, ovvero il fatto che `InsSort(A, j)` ordina il sottoarray `A[1..j]` si dimostra per induzione su  $j$

- ( $j = 1$ ) In questo caso `A[1..j]` contiene un solo elemento e quindi è già ordinato e correttamente la funzione non fa niente.
- ( $j > 1$ ) In questo caso, per ipotesi induttiva, la chiamata `InsSort(A, j-1)` ordina `A[1..j-1]`. Quindi la preconditione per `Insert(A, j)` è soddisfatta, e, dato che `Insert` è corretto (vedi sotto), si conclude che dopo la chiamata di `Insert` l'intero sottoarray `A[1..j]` è ordinato, come desiderato.

Anche la correttezza di `Insert` si dimostra per induzione. Più precisamente dimostriamo che, se `A[1..j-1]` è ordinato, allora `Insert(A, j)` inserisce `A[j]` in `A[1..j-1]`, ovvero restituisce `A[1..j]` ordinato.

- ( $j = 1$ ) In questo caso `A[1..j-1]` è vuoto, quindi `A[j]=A[1]` è già nel posto giusto, `A[1..1]` è ordinato, come desiderato.
- ( $j > 1$ ) Distinguiamo due sottocasi
  - Se  $A[j-1] \leq A[j]$ , allora `A[1..j]` è già ordinato, ovvero, anche in questo caso `A[j]` è già al posto giusto.
  - Se  $A[j-1] > A[j]$ , ricordando che `A[1..j-1]` è ordinato e quindi `A[j-1]` massimo in `A[1..j-1]`, si ha che `A[j-1]` è il massimo di `A[1..j]`. Lo scambio con `A[j-1]` lo porta quindi correttamente in posizione  $j$ . A questo punto la chiamata `Insert(A, j-1)`, per ipotesi induttiva inserisce l'elemento `A[j-1]` in `A[1..j-2]` ordinato, quindi ordina `A[1..j-1]`, per cui alla fine `A[1..j]` è ordinato.