Basi di Dati - VII

Corso di Laurea in Informatica

Anno Accademico 2013/2014

Paolo Baldan

baldan@math.unipd.it

http://www.math.unipd.it/~baldan

Schemi relazionali e anomalie

Teoria Relazionale: Introduzione

- Modello relazionale:
  - Attrattivo per la sua semplicità: tutto rappresentato come relazione

Teoria Relazionale: Introduzione

- Modello relazionale:
  - Attrattivo per la sua semplicità: tutto rappresentato come relazione
- Limiti di espressività
  - attributi composti o multivalore
  - associazioni molti a molti
  - gerarchie

Teoria Relazionale: Introduzione

- Tre metodi per produrre uno schema relazionale:

  a) Partire da un buon schema a oggetti e tradurlo

  b) Costruire direttamente le relazioni

  c) Partire da uno schema relazionale fatto da altri e modificarlo o completarlo

Teoria Relazionale: Introduzione

4

- Tre metodi per produrre uno schema relazionale:

  a) Partire da un buon schema a oggetti e tradurlo

  b) Costruire direttamente le relazioni

  c) Partire da uno schema relazionale fatto da altri e modificarlo o completarlo

- Teoria della normalizzazione relazionale:
  - qualità dello schema, cosa sono le "anomalie" e come eliminarle.

Teoria Relazionale: Introduzione

4

- Tre metodi per produrre uno schema relazionale:

  a) Partire da un buon schema a oggetti e tradurlo

  b) Costruire direttamente le relazioni

  c) Partire da uno schema relazionale fatto da altri e modificarlo o completarlo

- Teoria della normalizzazione relazionale:
  - qualità dello schema, cosa sono le "anomalie" e come eliminarle.

- Particolarmente utile se si usano i metodi (b) o (c). Moderatamente utile anche quando si usa il metodo (a).

Schemi con Anomalie

- Esempio:

```
StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita,
                Materia, Voto)
```

- Anomalie:
  - Ridondanze
  - Potenziali inconsistenze
  - Impossibilità di rappresentare alcuni fatti (anomalie in inserzioni/ eliminazioni)

Schemi con Anomalie

- Se dividiamo lo schema in due tabelle come ...
  - `Studenti (Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita)`
  - `Esami (Nome, Materia, Voto)`

Schemi con Anomalie

- Se dividiamo lo schema in due tabelle come ...
  - `Studenti (Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita)`
  - `Esami (Nome, Materia, Voto)`

- Perdita di informazione: più studenti possono avere lo stesso nome e quindi si perde la connessione tra studenti ed esami.

Schemi con Anomalie

- Se dividiamo lo schema come
  - `Studenti (Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita)`
  - `Esami (Matricola, Materia, Voto)`

Schemi con Anomalie

- Se dividiamo lo schema come
  - `Studenti (Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita)`
  - `Esami (Matricola, Materia, Voto)`

- Divisione soddisfacente! Perche???

Schemi con Anomalie

- Se dividiamo lo schema come
  - `Studenti (Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita)`
  - `Esami (Matricola, Materia, Voto)`
- Divisione soddisfacente! Perche???
- Nota: per associare i voti agli studenti devo fare un join, ma la teoria della normalizzazione non considera l'efficienza

Obiettivi

- Obiettivi della teoria:
  - Equivalenza di schemi
  - Qualità degli schemi (forme normali)
  - Trasformazione degli schemi (normalizzazione di schemi)

Obiettivi

- Obiettivi della teoria:
  - Equivalenza di schemi
  - Qualità degli schemi (forme normali)
  - Trasformazione degli schemi (normalizzazione di schemi)
- Ipotesi dello schema di relazione universale:
  - Tutti i fatti possono essere descritti da attributi di un'unica relazione U (relazione universale), cioè gli attributi hanno un significato globale.

Dipendenze funzionali

Istanze valide

- Per formalizzare la nozione di schema senza anomalie, occorre una descrizione formale delle proprietà dei fatti rappresentati in uno schema relazionale.

Istanze valide

- Per formalizzare la nozione di schema senza anomalie, occorre una descrizione formale delle proprietà dei fatti rappresentati in uno schema relazionale.

- **Istanza valida** di una relazione R:
  - nozione semantica
  - dipende da ciò che sappiamo del dominio del discorso (non estensionale, non deducibile da alcune istanze dello schema)

Istanze valide

- Per formalizzare la nozione di schema senza anomalie, occorre una descrizione formale delle proprietà dei fatti rappresentati in uno schema relazionale.

- **Istanza valida** di una relazione R:
  - nozione semantica
  - dipende da ciò che sappiamo del dominio del discorso (non estensionale, non deducibile da alcune istanze dello schema)

- Nozione fondamentale: dipendenza funzionale

Dipendenze Funzionali

- Dato uno schema R(T) e X, Y $\subseteq$ T, una dipendenza funzionale (DF) è un vincolo su R del tipo

$$X \to Y$$

i.e. X determina funzionalmente Y o Y è determinato da X, da leggersi come "in ogni istanza valida di R il valore di X determina univocamente il valore di Y":

Dipendenze Funzionali

- Dato uno schema R(T) e X, Y ⊆ T, una dipendenza funzionale (DF) è un vincolo su R del tipo

  X → Y

  i.e. X determina funzionalmente Y o Y è determinato da X, da leggersi come "in ogni istanza valida di R il valore di X determina univocamente il valore di Y":

  ∀ r istanza valida di R,

  ∀ t1, t2 ∈ r. se t1[X] = t2[X] allora t1[Y] = t2[Y]

Dipendenze Funzionali

- Un'istanza r di R soddisfa X → Y se la proprietà vale per r

  r |= X → Y

  ∀ t1, t2∈ r. se t1[X] = t2[X] allora t1[Y] = t2[Y]

Dipendenze Funzionali

- Un'istanza r di R soddisfa X → Y se la proprietà vale per r

  r |= X → Y

  ∀ t1, t2∈ r. se t1[X] = t2[X] allora t1[Y] = t2[Y]

- r soddisfa un insieme F di DF

  r |= F

  se, per ogni X → Y ∈ F, vale r |= X → Y

Esempio

- DotazioniLibri(CodiceLibro, NomeNegozio, IndNegozio, Titolo, Quantità)

- DF:

  { CodiceLibro → Titolo

  NomeNegozio → IndNegozio

  CodiceLibro, NomeNegozio → IndNegozio, Titolo, Quantità }

Esprimere le dipendenze funzionali

- Consideriamo: NomeNegozio → IndNegozio

Esprimere le dipendenze funzionali

- Consideriamo: NomeNegozio → IndNegozio
- Espressione diretta:
  - Se in due record il NomeNegozio è uguale, anche l'IndNegozio è uguale:
    NomeNegozio= ⇒ IndNegozio=

Esprimere le dipendenze funzionali

- Consideriamo: NomeNegozio → IndNegozio
- Espressione diretta:
  - Se in due record il NomeNegozio è uguale, anche l'IndNegozio è uguale:
    NomeNegozio= ⇒ IndNegozio=
- Per contrapposizione:
  - Se l'IndNegozio è diverso allora il NomeNegozio è diverso:
    IndNegozio≠ ⇒ NomeNegozio≠

Esprimere le dipendenze funzionali

- Consideriamo: NomeNegozio → IndNegozio
- Espressione diretta:
  - Se in due record il NomeNegozio è uguale, anche l'IndNegozio è uguale:
    NomeNegozio= ⇒ IndNegozio=
- Per contrapposizione:
  - Se l'IndNegozio è diverso allora il NomeNegozio è diverso:
    IndNegozio≠ ⇒ NomeNegozio≠
- Per assurdo:
  - Non possono esserci due dotazioni con NomeNegozio uguale e IndNegozio diverso:
    Not (NomeNegozio= ∧ IndNegozio≠)

Esempio

Orari(CodAula, NomeAula, Piano, Posti, Materia, CDL, Docente, Giorno, Ora)

Esempio

Orari(CodAula, NomeAula, Piano, Posti, Materia, CDL, Docente, Giorno, Ora)

1. In un dato momento, un docente si trova al più in un'aula

Esempio

Orari(CodAula, NomeAula, Piano, Posti, Materia, CDL, Docente, Giorno, Ora)

1. In un dato momento, un docente si trova al più in un'aula
2. Non è possibile che due docenti diversi siano nella stessa aula contemporaneamente

Esempio

Orari(CodAula, NomeAula, Piano, Posti, Materia, CDL, Docente, Giorno, Ora)

1. In un dato momento, un docente si trova al più in un'aula
2. Non è possibile che due docenti diversi siano nella stessa aula contemporaneamente
3. Se due lezioni si svolgono su due piani diversi appartengono a due corsi di laurea diversi

Esempio

Orari(CodAula, NomeAula, Piano, Posti, Materia, CDL, Docente, Giorno, Ora)

1. In un dato momento, un docente si trova al più in un'aula
2. Non è possibile che due docenti diversi siano nella stessa aula contemporaneamente
3. Se due lezioni si svolgono su due piani diversi appartengono a due corsi di laurea diversi
4. Se due lezioni diverse per la stessa materia si svolgono lo stesso giorno, appartengono a due CDL diversi

Riassunto

- Qualità degli schemi relazionali
- Anomalie
- Dipendenze funzionali $X \to Y$
  - $r \models X \to Y$ se $\forall$ t1, t2 $\in$ r. se t1[X] = t2[X] allora t1[Y] = t2[Y]
  - r soddisfa un insieme F di DF ($r \models F$)
  - $F \models X \to Y$

Proprietà delle dipendenze funzionali

- Dipendenze funzionali come parte integrante dello schema:
  - R <T, F> denota uno schema con attributi T e dipendenze funzionali F.

Proprietà delle dipendenze funzionali

- Dipendenze funzionali come parte integrante dello schema:
  - R <T, F> denota uno schema con attributi T e dipendenze funzionali F.

- Uno schema R <T, F> soddisfa anche altre dipendenze:

Proprietà delle dipendenze funzionali

- Dipendenze funzionali come parte integrante dello schema:
  - R <T, F> denota uno schema con attributi T e dipendenze funzionali F.
- Uno schema R <T, F> soddisfa anche altre dipendenze:
  - Dipendenze implicate: Sia F un insieme di DF sullo schema R, diremo che F implica logicamente $X \rightarrow Y$

    $F \models X \rightarrow Y$

    se ogni istanza r di R che soddisfa F soddisfa anche $X \rightarrow Y$.

Proprietà delle dipendenze funzionali

- Dipendenze funzionali come parte integrante dello schema:
  - R <T, F> denota uno schema con attributi T e dipendenze funzionali F.
- Uno schema R <T, F> soddisfa anche altre dipendenze:
  - Dipendenze implicate: Sia F un insieme di DF sullo schema R, diremo che F implica logicamente $X \rightarrow Y$

    $F \models X \rightarrow Y$

    se ogni istanza r di R che soddisfa F soddisfa anche $X \rightarrow Y$.
  - Dipendenze banali: implicate dal vuoto, es.

    {} |= X -> X

Esempio

- Sia R<T, F>, con T = { X, Y, Z,W } e F = {$X \rightarrow Y$, $X \rightarrow Z$, $Z \rightarrow W$ }.
  - $\{\} \models X Y \rightarrow Y$ (DF banale)
  - $F \models X \rightarrow Y Z$

    Dim.

    se $t_1[X] = t_2[X] \Rightarrow t_1[Y] = t_2[Y]$

    e $t_1[Z] = t_2[Z]$

    quindi $t_1[YZ] = t_2[YZ]$
  - $F \models X \rightarrow W$

    Dim. Esercizio ...

Regole di inferenza

- Come derivare DF implicate logicamente da F?

-> insieme di regole di inferenza.

Regole di inferenza

- Come derivare DF implicate logicamente da F?

  -> insieme di regole di inferenza.

- **"Assiomi" di Armstrong** (sono in realtà regole di inferenza)
  - Se $Y \subseteq X$, allora $X \rightarrow Y$ (Riflessività R)
  - Se $X \rightarrow Y$, $Z \subseteq T$, allora $XZ \rightarrow YZ$ (Arricchimento A)
  - Se $X \rightarrow Y$, $Y \rightarrow Z$, allora $X \rightarrow Z$ (Transitività T)

Derivazione

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \rightarrow Y$ è derivabile da F**

$$F \vdash X \rightarrow Y$$

se $X \rightarrow Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Derivazione

20

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \rightarrow Y$ è derivabile da F**

$$F \vdash X \rightarrow Y$$

se $X \rightarrow Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Es.: $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \ \vdash X \rightarrow YZ$

Derivazione

20

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \rightarrow Y$ è derivabile da F**

$$F \vdash X \rightarrow Y$$

se $X \rightarrow Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Es.: $X \rightarrow Y, X \rightarrow Z \ \vdash X \rightarrow YZ$

$X \rightarrow Y$ $\qquad$ $X \rightarrow Z$

Derivazione

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \to Y$ è derivabile da F**

$$F \mid\!- X \to Y$$

se $X \to Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Es.: $X \to Y, X \to Z \mid\!- X \to YZ$

$$\text{(A)}\ \frac{X \to Y}{X \to XY} \qquad X \to Z$$

Derivazione

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \to Y$ è derivabile da F**

$$F \mid\!- X \to Y$$

se $X \to Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Es.: $X \to Y, X \to Z \mid\!- X \to YZ$

$$\text{(A)}\ \frac{X \to Y}{X \to XY} \qquad \frac{X \to Z}{XY \to YZ}\ \text{(A)}$$

Derivazione

Definizione: Sia F un insieme di DF, diremo che **$X \to Y$ è derivabile da F**

$$F \mid\!- X \to Y$$

se $X \to Y$ può essere inferito da F usando gli assiomi di Armstrong

Es.: $X \to Y, X \to Z \mid\!- X \to YZ$

$$\dfrac{\text{(A)}\ \dfrac{X \to Y}{X \to XY} \qquad \dfrac{X \to Z}{XY \to YZ}\ \text{(A)}}{X \to YZ}\ \text{(T)}$$

Derivazione

Si dimostra che valgono anche le regole:

$\{X \to Y, X \to Z\} \mid\!- X \to YZ$ (unione U)

$Z \subseteq Y,\ \{X \to Y\} \mid\!- X \to Z$ (decomposizione D)

Derivazione

Si dimostra che valgono anche le regole:

$\{X \rightarrow Y, X \rightarrow Z\}$ |- $X \rightarrow YZ$ (unione U)

$Z \subseteq Y$, $\{X \rightarrow Y\}$ |- $X \rightarrow Z$ (decomposizione D)

- Da U e D si ricava che

Proposizione: se $Y = A_1 A_2 \ldots A_n$ allora

$$F \vdash X \rightarrow Y \quad \Leftrightarrow \quad F \vdash X \rightarrow A_1, \ F \vdash X \rightarrow A_2, \ldots, \ F \vdash X \rightarrow A_n$$

Esempio

R(A, B, C, D), $F = \{A \rightarrow B, BC \rightarrow D\}$

Esempio

R(A, B, C, D), $F = \{A \rightarrow B, BC \rightarrow D\}$

- Vale $AC \rightarrow ABCD$ (AC [super]chiave) ?

Esempio

R(A, B, C, D), $F = \{A \rightarrow B, BC \rightarrow D\}$

- Vale $AC \rightarrow ABCD$ (AC [super]chiave) ?

1. $A \rightarrow B$ data

Esempio

R(A, B, C, D), F = {A → B, BC → D}

- Vale AC → ABCD (AC [super]chiave) ?

1. A → B data
2. AC → BC da 1. e A

Esempio

R(A, B, C, D), F = {A → B, BC → D}

- Vale AC → ABCD (AC [super]chiave) ?

1. A → B data
2. AC → BC da 1. e A
3. BC → D data

Esempio

R(A, B, C, D), F = {A → B, BC → D}

- Vale AC → ABCD (AC [super]chiave) ?

1. A → B data
2. AC → BC da 1. e A
3. BC → D data
4. BC → BCD da 3. e A

Esempio

R(A, B, C, D), F = {A → B, BC → D}

- Vale AC → ABCD (AC [super]chiave) ?

1. A → B data
2. AC → BC da 1. e A
3. BC → D data
4. BC → BCD da 3. e A
5. AC → BCD da 2., 4. e T

Esempio

R(A, B, C, D), F = {A → B, BC → D}

- Vale AC → ABCD (AC [super]chiave) ?

1. A → B data
2. AC → BC da 1. e A
3. BC → D data
4. BC → BCD da 3. e A
5. AC → BCD da 2., 4. e T
6. AC → ABCD da 5. e A

Corrett. e complet. degli assiomi di Armstrong

Teorema: Gli assiomi di Armstrong sono corretti e completi.

Corrett. e complet. degli assiomi di Armstrong

Teorema: Gli assiomi di Armstrong sono corretti e completi.

- **Correttezza** degli assiomi:

$$\forall F, f, \quad F \vdash f \quad \Rightarrow \quad F \models f$$

Corrett. e complet. degli assiomi di Armstrong

Teorema: Gli assiomi di Armstrong sono corretti e completi.

- **Correttezza** degli assiomi:

$$\forall F, f, \quad F \vdash f \quad \Rightarrow \quad F \models f$$

- **Completezza** degli assiomi:

$$\forall F,f, \quad F \models f \quad \Rightarrow \quad F \vdash f$$

Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali

Chiusura di F:

Dato un insieme F di DF, la chiusura di F, denotata con F^+, è:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \mid\!- X \rightarrow Y \}$$

Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali

Chiusura di F:

Dato un insieme F di DF, la chiusura di F, denotata con F^+, è:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \mid\!- X \rightarrow Y \}$$

Problema dell'implicazione:

controllare se una DF $X \rightarrow Y \in F^+$

Chiusura di un insieme di dipendenze funzionali

Chiusura di F:

Dato un insieme F di DF, la chiusura di F, denotata con F^+, è:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \mid\!- X \rightarrow Y \}$$

Problema dell'implicazione:

controllare se una DF $X \rightarrow Y \in F^+$

Chiusura di un insieme di attributi

Definizione Dato R<T, F>, e $X \subseteq T$, la chiusura di X rispetto ad F, denotata con X_F^+, (o X^+, se F è chiaro dal contesto) è

$$X_F^+ = \{ A \in T \mid F \mid\!- X \rightarrow A \}.$$

Chiusura di un insieme di attributi

Definizione Dato R<T, F>, e $X \subseteq T$, la chiusura di X rispetto ad F, denotata con X_F^+, (o X^+, se F è chiaro dal contesto) è

$$X_F^+ = \{ A \in T \mid F \vdash X \rightarrow A \}.$$

- Un algoritmo efficiente per risolvere il problema dell'implicazione senza calcolare la chiusura di F scaturisce dal seguente teorema.

Teorema $X \rightarrow Y \in F^+ \quad \Leftrightarrow \quad Y \subseteq X_F^+$

Chiusura lenta

- Un semplice algoritmo per calcolare X^+ (ne esiste uno migliore di complessità di tempo lineare) è

Algoritmo CHIUSURA LENTA

input R<T, F>, $X \subseteq T$

output X^+

begin

$X^+ = X$

while (X^+ cambia) **do**

for each $W \rightarrow V$ **in** F **with** $W \subseteq X^+$ **and** $V \not\subseteq X^+$

do $X^+ = X^+ \cup V$

end

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

    $X^+ = AD$

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

    $X^+ = AD$

    $X^+ = ADB$

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

    $X^+ = AD$

    $X^+ = ADB$

    $X^+ = ADBE$

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

    $X^+ = AD$

    $X^+ = ADB$

    $X^+ = ADBE$

    $X^+ = ADBEC$

Esempio

- $F = \{DB \rightarrow E, B \rightarrow C, A \rightarrow B\}$
  - trovare $(AD)^+$:

    $X^+ = AD$

    $X^+ = ADB$

    $X^+ = ADBE$

    $X^+ = ADBEC$

  - verificare se $A \rightarrow C$

Chiavi e attributi primi

Definizione Fissato R<T, F>, diremo che $W \subseteq T$ è **chiave** (candidata) di R se:

$W \to T \in F^+$ (W superchiave)

$\forall V \subset W, V \to T \notin F^+$ (se $V \subset W$, V non superchiave)

- **Attributo primo**: attributo che appartiene ad almeno una chiave
- Complessità
  - Il problema di trovare tutte le chiavi di una relazione richiede un algoritmo di complessità esponenziale nel caso peggiore
  - Il problema di controllare se un attributo è primo è NP-completo

Copertura Canonica

Copertura di un insieme di DF

Definizione

Due insiemi di DF, F e G, sullo schema R sono equivalenti, $F \equiv G$, se $F^+ = G^+$.

Se $F \equiv G$, allora F è una copertura di G (e G una copertura di F).

Copertura: Attributi estranei

Sia F un insieme di DF, data una dipendenza $X \to Y \in F$

si dice che X contiene un attributo estraneo A se

$$(X - \{A\}) \to Y \in F^+, \quad \text{cioè} \quad F \mid\!- (X - \{A\}) \to Y$$

Copertura: Attributi estranei

Sia F un insieme di DF, data una dipendenza $X \to Y \in F$

si dice che X contiene un attributo estraneo A se

$$(X - \{A\}) \to Y \in F^+, \quad \text{cioè} \quad F \mid\!- (X - \{A\}) \to Y$$

Esempio: se vale
Docente, Giorno, Ora -> CodAula
Docente, Giorno -> Ora

allora
Docente, Giorno -> CodAula

nella prima dipendenza Ora è attributo estraneo

Copertura di un insieme di DF

- si dice che $X \to Y$ è una dipendenza ridondante se

$$(F - \{X \to Y\})^+ = F^+$$

equivalentemente

$$F - \{X \to Y\} \mid\!- X \to Y$$

- Esempio: se vale
  Docente, Giorno, Ora -> CodAula
  CodAula -> NomeAula

  è inutile avere anche
  Docente, Giorno, Ora -> NomeAula

Copertura Canonica

- F è detta una copertura canonica se
  - la parte destra di ogni DF in F è un attributo ($X \to A$);
  - non esistono attributi estranei;
  - nessuna dipendenza in F è ridondante.

- **Teorema** Per ogni insieme di dipendenze F esiste una copertura canonica.

Calcolo della copertura canonica

- Algoritmo per calcolare una copertura canonica:
  - Trasformare le dipendenze nella forma $X \to A$
  - Eliminare gli attributi estranei
  - Eliminare le dipendenze ridondanti

- Es: R < {A,B,C,D, E}, $\{DB \to EC,\ B \to C,\ A \to B,\ A \to C\}$ >

Copertura canonica

- è importante eliminare prima gli attributi estranei, e poi le dipendenze ridondanti
  - Es. { BA -> D,   B -> A,   D -> A }

35

Copertura canonica

- è importante eliminare prima gli attributi estranei, e poi le dipendenze ridondanti
  - Es. { BA -> D,   B -> A,   D -> A }

- La copertura canonica non è unica.
  - Es. {AB->C, A->B, B->A} ha come coperture canoniche
    - {A->C, A->B, B->A}
    - {B->C, A->B, B->A}
  - Attributi estranei eliminati uno alla volta!

Riassunto

- Qualità degli schemi relazionali e anomalie
- Dipendenze funzionali $X \rightarrow Y$
  - $r \models X \rightarrow Y$ se $\forall$ t1, t2 $\in$ r. se t1[X] = t2[X] allora t1[Y] = t2[Y]
- Chiusura di un insieme di dipendenze
  - $F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y \}$
- Chiave e attributi primi
- Copertura canonica (attributi estranei, dipendenze ridondanti)

Decomposizione di Schemi

Decomposizione di Schemi

- In generale, per eliminare anomalie da uno schema occorre decomporlo in schemi più piccoli "equivalenti"

- **Decomposizione**

  Dato uno schema R(T),

  $\rho = \{ R_1(T_1), \ldots, R_k(T_k) \}$ è una **decomposizione** di R se $T_1 \cup \ldots \cup T_k = T$

Decomposizione di Schemi

- Esempio:

  StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita, Materia, Voto)

  ↓

  - {Studenti(Matricola, Nome, Provincia,AnnoNascita), Esami(Matricola, Materia, Voto)}
  - {Studenti(Matricola, Nome, Provincia,AnnoNascita), Esami(Nome, Materia, Voto)}
  - {Studenti(Matricola, Nome, Provincia,AnnoNascita), Esami(Materia, Voto)}

Decomposizione di Schemi

- Due proprietà desiderabili di una decomposizione:
  - **preservazione dei dati**
  - **preservazione delle dipendenze**

- ... proprietà indipendenti

Preservazione dei dati

- Dato uno schema R(T)

  la decomposizione $\rho = \{ R_1(T_1), \ldots, R_k(T_k) \}$ **preserva i dati** se per ogni istanza **valida** r di R:

  $$r = \pi_{T_1}(r) \bowtie \pi_{T_2}(r) \bowtie \ldots \bowtie \pi_{T_k}(r)$$

- Dalla definizione di giunzione naturale segue:

Osservazione. Se $\rho = \{ R_1(T_1), \ldots, R_k(T_k) \}$ è una decomposizione di R(T), allora per ogni istanza r di R:

$$r \subseteq \pi_{T_1}(r) \bowtie \pi_{T_2}(r) \bowtie \ldots \bowtie \pi_{T_k}(r)$$

Esempio di decomposizione

Sia r un'istanza valida di R(ABC):

r =

A	B	C
a_1	b	c_1
a_2	b	c_2

Allora la decomposizione { $R_1(AB)$, $R_2(BC)$ }:

π_{T_1} (r) =

A	B
a_1	b
a_2	b

π_{T_2} (r) =

B	C
b	c_1
b	c_2

non preserva i dati, infatti $r \subset \pi_{T_1}(r) \bowtie \pi_{T_1}(r)$

Esempio di decomposizione

... non preserva i dati, infatti $r \subset \pi_{T_1}(r) \bowtie \pi_{T_1}(r)$

A	B	C
a_1	b	c_1
a_1	b	c_2
a_2	b	c_1
a_2	b	c_2

Qual è una decomposizione che preserva i dati?

Decomposizioni binarie

Teorema

Sia R<T, F> uno schema di relazione,

la decomposizione $\rho = \{R_1(T_1), R_2(T_2)\}$ **preserva i dati** sse

$T_1 \cap T_2 \rightarrow T_1 \in F^+$ oppure $T_1 \cap T_2 \rightarrow T_2 \in F^+$.

- Esistono criteri anche per decomposizioni in più di due schemi.

Proiezione di dipendenze

Definizione Dato lo schema R<T, F>, e $T_1 \subseteq T$, la **proiezione di F su T_1** è

$$\pi_{T_1}(F) = \{ X \rightarrow Y \mid X Y \subseteq T_1 \text{ e } X \rightarrow Y \in F^+ \}$$

Proiezione di dipendenze

Definizione Dato lo schema R<T, F>, e $T_1 \subseteq T$, la **proiezione di F su T_1** è

$$\pi_{T_1}(F) = \{ X \to Y \mid X Y \subseteq T_1 \text{ e } X \to Y \in F^+ \}$$

- Esempio
  - Sia R(A, B, C) e F = {A→ B, B→ C, C→ A}.
  - $\pi_{AB}(F) \equiv \{A \to B, B \to A\}$
  - $\pi_{AC}(F) \equiv \{A \to C, C \to A\}$

Proiezione di dipendenze

- **Algoritmo (banale) per il calcolo di $\pi_{T_1}(F)$**
  - $\pi_{T_1}(F)=\varnothing$
  - **for each** $Y \subseteq T_1$ **do**
    - $Z := Y_F^+$
    - $\pi_{T_1}(F) = \pi_{T_1}(F) \cup \{ Y \to Z \cap T_1 \}$

Preservazione delle Dipendenze: Esempio

- Telefoni (Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via)

  { P N → L A V, L → P }

Preservazione delle Dipendenze: Esempio

- Telefoni (Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via)

  { P N → L A V, L → P }

- Si consideri la decomposizione:

  ρ = { Tel < {N, L, A, V}, F1 >, Pref < {L, P}, F2 > }

  con

  F_1 ={ LN → A V }

  F_2 ={ L → P }

Preservazione delle Dipendenze: Esempio

- Telefoni (Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via)

  { P N $\rightarrow$ L A V,   L $\rightarrow$ P }

- Si consideri la decomposizione:

  ρ = { Tel < {N, L, A, V}, F1 >,   Pref < {L, P}, F2 > }

  con

  F_1 ={ LN $\rightarrow$ A V }

  F_2 ={ L $\rightarrow$ P }

- Preserva dati ma non le dipendenze: PN $\rightarrow$ L non è deducibile da F_1 e F_2.

Preservazione delle Dipendenze: Esempio

Numero	Località	Abbonato	Via
5348	Padova	Gino	Pascoli
5348	Vigonza	Ignazio	Silone
2344	Venezia	Lino	Leopardi
2122	Padova	Ciro	Pavese

Prefisso	Località
49	Padova
49	Vigonza
41	Venezia
49	Padova

Preservazione delle Dipendenze: Esempio

- Preserva dati ma non le dipendenze: PN $\rightarrow$ L non è deducibile da F_1 e F_2.

- Esistono istanze valide della decomposizione che non sono proiezione di una istanza valida della relazione originale

- Più concretamente (F_1 ={ LN $\rightarrow$ A V }, F_2 ={ L $\rightarrow$ P })

Numero	Località	Abbonato	Via
5348	Padova	Gino	Pascoli
5348	Vigonza	Ignazio	Silone
2344	Venezia	Lino	Leopardi
2122	Padova	Ciro	Pavese

Prefisso	Località
49	Padova
49	Vigonza
41	Venezia
49	Padova

Preservazione delle dipendenze

Definizione Dato lo schema R<T, F>, la decomposizione ρ = {R_1, ..., R_n} preserva le dipendenze se l'unione delle dipendenze in $\pi_{T_i}(F)$ è una copertura di F.

Dato lo schema R<T, F>, il problema di stabilire se la decomposizione ρ = {R_1, ..., R_n} preserva le dipendenze ha complessità di tempo polinomiale.

Preservazione delle dipendenze

Definizione Dato lo schema R<T, F>, la decomposizione $\rho = \{R_1, ..., R_n\}$ preserva le dipendenze se l'unione delle dipendenze in $\pi_{T_i}(F)$ è una copertura di F.

Dato lo schema R<T, F>, il problema di stabilire se la decomposizione $\rho = \{R_1, ..., R_n\}$ preserva le dipendenze ha complessità di tempo polinomiale.

- Un teorema importante:

  Teorema
  Sia $\rho = \{R_i<T_i, F_i>\}$ una decomposizione di R<T, F> che preservi le dipendenze e tale che un T_j sia una superchiave per R.
  Allora ρ preserva i dati.

Forme Normali

Forme normali

- **1FN**
  - Impone una restrizione sul tipo di una relazione: ogni attributo ha un tipo elementare (non strutturato, non multivalore).
  - ora vincolo del modello relazionale
- **2FN**, **3FN** e **FNBC**
  - Impongono restrizioni sulle dipendenze funzionali
  - FNBC è la più naturale e la più restrittiva.

Forma normale di Boyce-Codd

- Intuizione:

Forma normale di Boyce-Codd

- Intuizione:
  - Una dipendenza non banale X→A indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+

Forma normale di Boyce-Codd
52
Intuizione:
Una dipendenza non banale X→A indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+

  - Se vi è in R una dipendenza X→A non banale ed X non è superchiave, allora X modella l'identità di un'entità diversa da quelle modellate dall'intera R

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali
Corso di Basi di Dati
Thursday, May 15, 2014
Forma normale di Boyce-Codd
52
Intuizione:
Una dipendenza non banale X→A indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+
Se vi è in R una dipendenza X→A non banale ed X non è superchiave, allora X modella l'identità di un'entità diversa da quelle modellate dall'intera R
5. Normalizzazione di Schemi Relazionali
Corso di Basi di Dati
Thursday, May 15, 2014
Forma normale di Boyce-Codd
52
Intuizione:
Una dipendenza non banale X→A indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+
Se vi è in R una dipendenza X→A non banale ed X non è superchiave, allora X modella l'identità di un'entità diversa da quelle modellate dall'intera R

- Ad esempio, in StudentiEdEsami

  StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita, Materia, Voto)

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali
Corso di Basi di Dati
Thursday, May 15, 2014

Forma normale di Boyce-Codd

- Intuizione:
  - Una dipendenza non banale $X \rightarrow A$ indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+
  - Se vi è in R una dipendenza $X \rightarrow A$ non banale ed X non è superchiave, allora X modella l'identità di un'entità diversa da quelle modellate dall'intera R
- Ad esempio, in StudentiEdEsami

  StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita, Materia, Voto)
  - Matricola -> Nome e Matricola non è (super)chiave.

52

Forma normale di Boyce-Codd

- Intuizione:
  - Una dipendenza non banale $X \rightarrow A$ indica l'esistenza di una collezione di entità identificate da X e con attributi X^+
  - Se vi è in R una dipendenza $X \rightarrow A$ non banale ed X non è superchiave, allora X modella l'identità di un'entità diversa da quelle modellate dall'intera R
- Ad esempio, in StudentiEdEsami

  StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Provincia, AnnoNascita, Materia, Voto)
  - Matricola -> Nome e Matricola non è (super)chiave.
  - Matricola -> Nome, Provincia, AnnoNascita

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali Corso di Basi di Dati

Thursday, May 15, 2014

Boyce-Codd Normal Form (BCNF)

Definizione: Lo schema R<T, F> è in BCNF se per ogni $X \rightarrow A \in F^+$, con $A \notin X$ (non banale), X è una superchiave.

53

Boyce-Codd Normal Form (BCNF)

Definizione: Lo schema R<T, F> è in BCNF se per ogni $X \rightarrow A \in F^+$, con $A \notin X$ (non banale), X è una superchiave.

Teorema: R<T, F> è in BCNF $\Leftrightarrow$ per ogni $X \rightarrow Y \in F$ non banale, X è una superchiave.

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali Corso di Basi di Dati

Thursday, May 15, 2014

Boyce-Codd Normal Form (BCNF)

Definizione: Lo schema R<T, F> è in BCNF se per ogni $X \to A \in F^+$, con $A \notin X$ (non banale), X è una superchiave.

Teorema: R<T, F> è in BCNF ⇔ per ogni $X \to Y \in F$ non banale, X è una superchiave.

- Esempi:
  1. Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo)
  2. Impiegati(Codice, Qualifica, NomeFiglio)
  3. Librerie(CodiceLibro, NomeNegozio, IndNegozio, Titolo, Quantità)
  4. Telefoni(Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via)
     $F = \{P\ N \to L\ A\ V,\ L \to P\}$

Algoritmo di analisi

- R<T,F> è decomposta in: R_a<T_a, F_a> e R_b<T_b, F_b> e su di esse si ripete il procedimento; esponenziale.

input: R<T, F>, con F copertura canonica

output: decomposizione in BCNF che preserva i dati

ρ = {R<T, F>}
while esiste in ρ una R_i<T_i, F_i> non in BCNF per la DF $X \to A$
do
$T_a = X^+$
$F_a = \pi_{T_a}(F_i)$
$T_b = T_i - X^+ \cup X$
$F_b = \pi_{T_b}(F_i)$
$\rho = \rho - R_i \cup \{R_a<T_a, F_a>, R_b<T_b, F_b>\}$
(R_a ed R_b sono nomi nuovi)
end

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze
- Esempi di decomposizioni senza perdita di dipendenze:

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze
- Esempi di decomposizioni senza perdita di dipendenze:
  - Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo), {CF $\to$ N D; D $\to$ I}

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze
- Esempi di decomposizioni senza perdita di dipendenze:
  - Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo), {CF $\to$ N D; D $\to$ I}

R_1(D,I) F_1 = { D $\to$ I }

R_2(CF,N,D) F_2={ CF $\to$ N D }

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze
- Esempi di decomposizioni senza perdita di dipendenze:
  - Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo), {CF $\to$ N D; D $\to$ I}

R_1(D,I) F_1 = { D $\to$ I }

R_2(CF,N,D) F_2={ CF $\to$ N D }

  - Impiegati(Codice, Qualifica, NomeFiglio), {C $\to$ Q}

Proprietà dell'algoritmo

- Preserva i dati, ma non necessariamente le dipendenze
- Esempi di decomposizioni senza perdita di dipendenze:
  - Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo), {CF $\to$ N D; D $\to$ I}

R_1(D,I) F_1 = { D $\to$ I }

R_2(CF,N,D) F_2={ CF $\to$ N D }

  - Impiegati(Codice, Qualifica, NomeFiglio), {C $\to$ Q}

R_1(C, Q) F_1 = { C $\to$ Q }

R_2(C, NF) F_2={ }

Riassunto

- Boyce-Codd Normal Form
  - Anomalia:
    - dipendenza $X \rightarrow A$ non banale, con X non superchiave,
    - X identità di un'entità con attributi X^+ diversa da quelle modellate dall'intera R
    - Es: StudentiEdEsami(Matricola, Nome, Prov, AnnoNascita, Materia, Voto) con Matricola -> Nome, Prov, AnnoNascita
  - Schema in BCNF = schema privo di anomalie
  - Algoritmo di normalizzazione

Proprietà dell'algoritmo (cont.)

- Decomposizione con perdita di dipendenze:
  - Telefoni(Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via), {P N → L A V ; **L → P**}
    - $R_1(L, P)$ $F_1 = \{ L \rightarrow P \}$ $R_2(L, N, A, V)$ $F_2 = \{ LN \rightarrow AV \}$
    - Preserva dati ma non le dipendenze: P N → L non è deducibile da F_1 e F_2.

Proprietà dell'algoritmo (cont.)

- Decomposizione con perdita di dipendenze:
  - Telefoni(Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via), {P N → L A V ; **L → P**}
    - $R_1(L, P)$ $F_1 = \{ L \rightarrow P \}$ $R_2(L, N, A, V)$ $F_2 = \{ LN \rightarrow AV \}$
    - Preserva dati ma non le dipendenze: P N → L non è deducibile da F_1 e F_2.
- Non esiste una decomposizione in BCNF che preservi le dipendenze
  - P, N, L non possono stare nella stessa relazione (altrimenti P, N chiave e L → P dipendenza anomala)
  - P N → L non nella proiezione e non derivabile

Terza Forma Normale (3FN)

Definizione R <T, F> è in 3FN se

per ogni $X \rightarrow A \in F^+$, non banale, X è una superchiave oppure A è primo.

- Nota:
  - La 3FN ammette una dipendenza non banale e non-da-chiave se gli attributi a destra sono primi;
  - la BCNF non ammette mai nessuna dipendenza non banale e non-da-chiave.
- **Teorema** R<T, F> è in 3FN se per ogni $X \rightarrow Y \in F$,

  X è una superchiave oppure ogni attributo in Y-X è primo.

Esempi

- Non sono in 3FN:
  - Docenti(CodiceFiscale, Nome, Dipartimento, Indirizzo)
    { CF → N D; D → I }
    Chiavi: CF
  - Impiegati(Codice, Qualifica, NomeFiglio)
    { C → Q }
    Chiavi: C NF

Esempi

- Sono in 3FN, ma non in BCNF:

  Telefoni(Prefisso, Numero, Località, Abbonato, Via)

  F = {P N → L A V, L → P}

  Chiavi: P N, L N

  Esami(Matricola, Telefono, Materia, Voto)

  Matricola Materia → Voto

  Matricola → Telefono

  Telefono → Matricola

  Chiavi:

  Matricola Materia

  Telefono Materia

Algoritmo di sintesi

- Sia R<T, F>, con F copertura canonica
  1. Si partiziona F in gruppi tali che ogni gruppo abbia lo stesso determinante (parte sx).
  2. Si definisce uno schema di relazione per ogni gruppo, con attributi gli attributi che appaiono nelle DF del gruppo, e chiavi i determinanti.
  3. Si eliminano gli schemi contenuti in altri.
  4. Se la decomposizione non contiene uno schema i cui attributi sono una superchiave di R, si aggiunge lo schema con attributi W, con W una chiave di R
- Output: Decomposizione in 3NF che preserva dati e dipendenze

Algoritmo di sintesi

- **È una decomposizione**
  - ogni attributo compare (anche quelli non coinvolti in dipendenze)

Algoritmo di sintesi

- **È una decomposizione**
  - ogni attributo compare (anche quelli non coinvolti in dipendenze)
- **preserva le dipendenze**
  - per ogni X -> A, c'è una relazione che contiene X e A

62

Algoritmo di sintesi

- **È una decomposizione**
  - ogni attributo compare (anche quelli non coinvolti in dipendenze)
- **preserva le dipendenze**
  - per ogni X -> A, c'è una relazione che contiene X e A
- **preserva i dati**
  - dato che preserva le dipendenze, e c'è una relazione che contiene una superchiave di R ... teorema precedente

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali
Corso di Basi di Dati
Thursday, May 15, 2014

Algoritmo di sintesi: Esempio

- R < {A,B,C,D,E} , {A B → C D E, C → D} >

63

Algoritmo di sintesi: Esempio

- R < {A,B,C,D,E} , {A B → C D E, C → D} >
  - copertura canonica
    A B → C, A B → E, C → D

5. Normalizzazione di Schemi Relazionali
Corso di Basi di Dati
Thursday, May 15, 2014

Algoritmo di sintesi: Esempio

- R < {A,B,C,D,E} , {A B → C D E, C → D} >
  - copertura canonica
    A B → C, A B → E, C → D
  - chiavi
    solo A B

Algoritmo di sintesi: Esempio

- R < {A,B,C,D,E} , {A B → C D E, C → D} >
  - copertura canonica
    A B → C, A B → E, C → D
  - chiavi
    solo A B
  - decomposizione
    R1 < { A, B, C, E } , { A B → C E } >

    R2 < { C, D }, { C → D } >

Le DF non bastano: DF multivalore

- Impiegati(Codice, StoriaStipendio, NomeFiglio)

Verdi	1000	Giorgio
Verdi	1000	Anna
Verdi	1400	Giorgio
Verdi	1400	Anna
Rossi	1900	Gino

La coesistenza di due proprietà multivalore **indipendenti**, fa sì che per ogni impiegato esistano tante ennuple quante sono le possibili coppie di valori di Stipendio e NomeFiglio.

Impiegati
Codice Stipendi: seq num NomeFigli: seq string

Le DF non bastano: DF multivalore

- Altri esempi:

Impiegati
Codice Qualifiche: seq num NomeFigli: seq string

Impiegati
Codice Posizioni: seq (Qualifica, NomeDirigente)

- Risolti nella 4NF

4NF

- Dato R<T,F>
  - Dipendenza multivalore X ->> Y

    $\forall$r istanza valida R se esistono due ennuple t_1, $t_2 \in$ r con $t_1[X]=t_2[X]$

    esistono due ennuple t_3, $t_4 \in$ r tali che, se Z=T-(X $\cup$ Y)
    - $t_1[X] = t_2[X] = t_3[X] = t_4[X]$
    - $t_1[Y] = t_3[Y]$ $t_2[Y] = t_4[Y]$
    - $t_1[Z] = t_4[Z]$ $t_2[Z] = t_3[Z]$
  - X multidetermina Y (determina l'insieme dei possibili valori di Y)
  - banale se Y $\subseteq$ X oppure X $\cup$ Y = T
- R<T,F> in 4NF se per ogni dipendenza X ->> Y non banale, X è una superchiave

Denormalizzazione

- Dopo la progettazione logica può essere opportuno reintrodurre nello schema fisico delle anomalie
- Es. Studenti (Matricola, ...), Esami (Data, Voto, ..., Matricola)
  - se occorre effettuare spesso la giunzione Studenti-Esami e invece si effettuano poche operazioni su Studenti si possono 'comporre' le due tabelle
    - meno giunzioni
    - maggiore occupazione di memoria
    - maggior costo delle operazioni di modifica

Uso della normalizzazione

- Come principio (anche nella progettazione in altri modelli)
- Analisi di DB esistenti (singole tabelle)
- Progettazione concettuale nel modello relazionale

Esercizio 1

- Si consideri il seguente schema relazionale

  Vendite(Commesso, Negozio, Città, Data, CodProd, Taglia, Colore)

  Prodotti(CodProd, Taglia, Colore, Prezzo)
- Supponiamo che:

  a. Ogni commesso lavori in un solo negozio e in una sola città.

  b. Ogni negozio si trovi in una sola città.

  c. Un dato prodotto abbia sempre lo stesso prezzo.

  d. Ogni prodotto sia disponibile in più taglie e colori.

Esercizio 1 (cont.)

- Basandosi solo su queste assunzioni:
  - si diano le dipendenze funzionali
  - si dia una copertura canonica delle DF
  - si specifichino le chiavi delle due relazioni
  - si dica se sono in
    - BCNF
    - 3NF
  - se non sono in BCNF, fornire una forma normale in BCNF

Esercizio 2

- Data lo schema di relazione

  Finanziamenti(CodDip, IndDip, CodDoc, TelDoc, CodFin, Ammontare, Scadenza)

- sia assuma che
  - Ogni docente aderisce ad un unico dipartimento, ed ha un unico numero di telefono.
  - Un finanziamento può riguardare più docenti, e un docente può avere più finanziamenti.
  - Ogni dipartimento ha un unico indirizzo.
  - Ogni finanziamento ha un unico ammontare ed un'unica scadenza.

Esercizio 2 (cont.)

- Basandosi solo su queste assunzioni:
  - si diano le dipendenze funzionali
  - si dia una copertura canonica delle DF
  - si specifichino le chiavi della relazione
  - si dica se e` in
    - BCNF
    - 3NF
  - se non e` in 3NF, fornire una forma normale in 3NF

Esercizio 3

Esercizio 3

- Dato lo schema di relazione R(A,B,C,D,E,F) con dipendenze
  - A B -> C E D
  - C D F -> A E
  - D F -> B C

73

Esercizio 3

- Dato lo schema di relazione R(A,B,C,D,E,F) con dipendenze
  - A B -> C E D
  - C D F -> A E
  - D F -> B C
- Determinare
  - una copertura canonica
    (Sol. A B -> C, A B -> E, A B -> D, D F -> A, D F -> B)
  - le chiavi della relazione
    (Sol. DF, ABF)