Computabilità e Algoritmi (Computabilità)
22 Marzo 2013

Esercizio 1

Dare la definizione dell'insieme $\mathcal{PR}$ delle funzioni primitive ricorsive e, utilizzando esclusivamente la definizione, dimostrare che è primitiva ricorsiva la funzione $\mathit{half} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, definita da $\mathit{half}(x) = x/2$.

Esercizio 2

Una funzione $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ si dice *totale crescente* quando è totale e per ogni $x, y \in \mathbb{N}$, se $x < y$ allora $f(x) < f(y)$. Dimostrare che l'insieme delle funzioni totali crescenti non è numerabile.

Esercizio 3

Dato un sottoinsieme $X \subseteq \mathbb{N}$ si definisca $F(X) = \{0\} \cup \{y, y+1 \mid y \in X\}$. Studiare la ricorsività dell'insieme $A = \{x \in \mathbb{N} : W_x = F(E_x)\}$, ovvero dire se A e $\bar{A}$ sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

Esercizio 4

Una funzione $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ si dice *crescente* quando per ogni $x, y \in \mathit{dom}(f)$, se $x < y$ allora $f(x) < f(y)$. Indicato con $B = \{x \in \mathbb{N} : \varphi_x \text{ crescente}\}$, dimostrare che $\overline{K} \leq_m B$.

Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione. Utilizzarlo per dimostrare che se C è un insieme tale che $C \leq_m \overline{C}$, allora C non è saturato.