

# Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

21 Marzo 2014

## Esercizio 1

Enunciare e dimostrare il teorema di Rice.

## Esercizio 2

Sia  $A \subseteq \mathbb{N}$  un insieme e sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  una funzione calcolabile. Dimostrare che se  $A$  è r.e. allora  $f(A) = \{y \in \mathbb{N} \mid \exists x \in A. y = f(x)\}$  è r.e. Vale anche il contrario? Ovvero da  $f(A)$  r.e. si può dedurre che  $A$  è r.e.?

## Esercizio 3

Sia  $X \subseteq \mathbb{N}$  finito,  $X \neq \emptyset$  e si definisca  $A_X = \{x \in \mathbb{N} : W_x = E_x \cup X\}$ . Studiare la ricorsività di  $A$ , ovvero dire se  $A$  e  $\bar{A}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

## Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme  $B = \{x \in \mathbb{N} : \exists k \in \mathbb{N}. k \cdot x \in W_x\}$ , ovvero dire se  $B$  e  $\bar{B}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

## Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione. Utilizzarlo per dimostrare che l'insieme  $B = \{x \in \mathbb{N} : \exists k \in \mathbb{N}. k \cdot x \in W_x\}$  dell'esercizio precedente non è saturato.

**Nota:** Correzione, risultati e visione dei compiti: *Giovedì 27 Marzo, ore 9:30, 1BC/45*