

# Computabilità e Algoritmi (Computabilità)

## 2 Luglio 2014

### Esercizio 1

Dimostrare che un insieme  $A \subseteq \mathbb{N}$  è ricorsivo se e solo se  $A$  e  $\bar{A}$  sono r.e.

### Esercizio 2

Definire una funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  totale non calcolabile tale che  $f(x) = x/2$  per ogni  $x \in \mathbb{N}$  pari oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.

### Esercizio 3

Studiare la ricorsività dell'insieme  $A = \{x \in \mathbb{N} : \forall k \in \mathbb{N}. x + k \in W_x\}$ , ovvero dire se  $A$  e  $\bar{A}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

### Esercizio 4

Studiare la ricorsività dell'insieme  $V = \{x \in \mathbb{N} : E_x \text{ infinito}\}$ , ovvero dire se  $V$  e  $\bar{V}$  sono ricorsivi/ricorsivamente enumerabili.

### Esercizio 5

Enunciare il secondo teorema di ricorsione e utilizzarlo per dimostrare che esiste un indice  $k$  tale che  $W_k = \{k * i \mid i \in \mathbb{N}\}$ .