

COGNOME e NOME

N. MATRICOLA.....

Quesiti preliminari

Rispondere ad almeno 2 dei quesiti seguenti. Qualora non si risponda in maniera corretta ad almeno 2 dei quesiti, il compito verrà considerato insufficiente (e non verrà corretto il resto dell'elaborato).

Quesito 1. (V. 1 punti.)

Sia T sottospazio di $V = \mathbb{R}^n$ e siano $v_1, \dots, v_k$ vettori di V . Cosa si intende per “i vettori $v_1, \dots, v_k$ sono generatori di T ”?

Quesito 2. (V. 1 punti.)

Fornire la definizione di base di un sottospazio vettoriale $T \leq \mathbb{R}^n$.

Quesito 3. (V. 1 punti.)

Fornire la definizione di autovalore e autovettore di una matrice $A \in M_{n,n}(\mathbb{R})$.

Esercizio 1.

Dimostrare la seguente proposizione ...

Esercizio 2.

Risolvere le seguenti equazioni su $\mathbb{C}$:

(a) $Z + 2\bar{Z} = i$

(b) $Z^2 = 3 - 4i$

Esercizio 3.

Risolvere il seguente sistema con incognite $x, y, z, w \in \mathbb{R}$. (il sistema non è lineare in w !)

$$\begin{cases} x + y + w^3 &= 0 \\ 2y + z + w &= 0 \\ x + y + z &= 2 \\ z + w &= 2 \end{cases}$$

Esercizio 4.

Data la matrice A :

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Trovare, se esiste, una matrice $H \in GL_3$ tale che posto $D := H^{-1}AH$ si abbia D matrice diagonale.

Esercizio 5.

Sia $\mathcal{B}_V = (v_1, v_2, v_3)$ una base di $V = \mathbb{R}^3$ e sia $\mathcal{B}_W = (w_1, w_2)$ una base di $W = \mathbb{R}^2$. Determinare al variare di $k, t \in \mathbb{R}$ (se esiste) un'applicazione lineare $f := V \rightarrow W$ tale che:

$$\begin{aligned} f(v_1 - tv_2) &= -tkw_1 + (k - t^2)w_2 \\ f(v_2 + v_3) &= kw_1 + tw_2 \\ f(v_1 + v_2 + v_3) &= (k - t)w_1 + (1 - t)kw_2 \end{aligned}$$

calcolare la matrice $A_{\mathcal{B}_V}^{\mathcal{B}_W} \in M_{2,3}$ associata ad f rispetto alle basi $\mathcal{B}_V$ e $\mathcal{B}_W$.