

Seconda prova parziale di
Calcolo delle probabilità
Laurea Triennale in Matematica
06/12/2016

COGNOME e NOME

N. MATRICOLA.....

Esercizio 1.

Siano $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{Y_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{Z_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ variabili aleatorie congiuntamente indipendenti con distribuzione $X_n \sim Y_n \sim Unif(0, 1)$, $Z_n \sim Bern(\frac{1}{2})$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Siano inoltre per ogni $n \in \mathbb{N}$:

$$W_n := \min\{X_1, \dots, X_n\}$$

$$T_n := \max\{Y_1, \dots, Y_n\}$$

$$R_n := \sum_{k=1}^n W_k$$

$$Q_n := \sum_{k=1}^n \frac{(1 - Z_k)}{n}$$

$$S_n := \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Z_k W_k + (1 - Z_k) T_k$$

- (a) Studiare la convergenza in distribuzione, probabilità, quasi certa ed in L^p di $\{W_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.
- (b) Studiare la convergenza in distribuzione, probabilità, quasi certa ed in L^p di $\{T_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.
- (c) Calcolare $P(W_n > \frac{1}{n})$.
- (d) Dimostrare che: $\liminf_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}[nW_n] > 0$.
- (e) Quanto vale: $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}[R_n]$?
- (f) Studiare la convergenza in distribuzione, in probabilità e quasi certa di $\{Q_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.
- (g)* Studiare la convergenza in distribuzione, in probabilità e quasi certa di $\{S_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.