

Esame di Matematica
Prima prova.
08/01/2010

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Sul piano cartesiano siano $A = (1, 4)$, $B = (5, 1)$ e $C = (1, -2)$.

Calcolre il perimetro del triangolo ABC

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^x}{e^x + x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \text{sen}(x)}{x - \text{cos}(x)} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\text{sen}(x)+x}}{\text{sen}(x)} =$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \text{sen}^2(x) \cdot \tan(x) - \text{sen}(x) \cdot \text{cos}(x)} =$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \text{sen}(x)}{x - \text{cos}(x)} =$

Esercizio 3

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$ $\frac{d^4}{dx^4} f(x) =$

Esercizio 4

Assunte le funzioni $y(x)$ (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

(a) $y = e^{-x}$ $y''' + y'' + y' + y = 0$

Vera

Falsa

(b) $y = \text{sen}(x)$ $y''' + y'' + y' + y = \text{sen}(x)$

Vera

Falsa

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

Dominio. Periodicità. Simmetrie. Continuità. Derivabilità.
Calcolo derivata prima. Calcolo derivata seconda. Massimi e
minimi relativi ed assoluti. Concavità e convessità. Asintoti
orizzontali, verticali e obliqui. Tracciarne il grafico.

$$f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^2}$$

Esercizio 6

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r : y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = 1 - e^x \quad x_0 = 1 \quad m = \quad , q =$$

$$(b) \quad f(x) = x^4 \quad x_0 = -1 \quad m = \quad , q =$$

Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & x < -\pi \\ \cos(-x) & -\pi \leq x < \frac{\pi}{4} \\ \sin(x) & x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = |x| - x$$

Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int \cos(3x) + x^2 + \frac{1}{2x} dx =$$

$$(b) \quad \int \frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)} dx =$$

$$(c) \quad \int 1 - x \cdot e^{3x} dx =$$

$$(d) \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x) + \frac{1}{\cos^2(x)} dx =$$

$$(e) \quad \int_1^2 \frac{1}{x} + x dx =$$

Esercizio 9

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = \tan(x) + \sqrt{x} \cdot \sin(x) \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad f'(x_0) =$$