

Esame di Matematica

7/02/2011

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Sul piano cartesiano siano $A = (-2, 4)$, $B = (4, 1)$ e $C = (3, 4)$ tre punti. Sia $r : y = mx + q$ la retta passante per A e B . Sia $s : y = m'x + q'$ la retta passante per C e perpendicolare a r . Sia infine D il punto di intersezione tra la retta r e l'asse delle x .

- (a) Calcolare i parametri della retta r $m =$ $q =$
- (b) Calcolare le coordinate del punto D $D =$
- (c) Calcolare i parametri della retta s $m' =$ $q' =$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+1)}{\sin(x)} =$
- (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x) + 2 \cdot \cos(x)}{x} =$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) =$

Esercizio 3

Calcolare la derivata quarta della seguente funzione:

(a) $f(x) = e^{\lambda x}$ $\frac{d^4}{dx^4} f(x) =$

Esercizio 4

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r : y = mx + q$)

- (a) $f(x) = x^3 - x^2$ $x_0 = 1$ $m =$, $q =$
- (b) $f(x) = \log(x)$ $x_0 = 1$ $m =$, $q =$

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

- (a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Continuità.
(e) Derivabilità. (f) Calcolo derivata prima. (g) Calcolo
derivata seconda. (h) Calcolo del limite: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (i) Massimi
e minimi relativi ed assoluti. (l) Concavità e convessità.
(m) Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. (n) Tracciarne il
grafico.

$$f(x) = x \cdot \log(x)$$

Esercizio 6

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} -1 & x < -\frac{\pi}{2} \\ \sin(x) & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \sin(x) & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Esercizio 7

Data la funzione $f(x) = 3x - x^3$

(a) Indicare (se vi sono) i punti di minimo locale della funzione f

(b) Indicare (se vi sono) i punti di massimo locale della funzione f

Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int 4 \sin(x) - 4 \cos(x) \, dx = \boxed{}$$

$$(b) \quad \int x^4 e^{x^5} \, dx = \boxed{}$$

$$(c) \quad \int 2e^x \cdot x \, dx = \boxed{}$$

$$(d) \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x) + \cos(x) \, dx = \boxed{}$$

$$(e) \quad \int_{-\frac{\pi}{8}}^{+\frac{\pi}{6}} 2x \cdot \sin(2x) \, dx = \boxed{}$$

Esercizio 8

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = \frac{1}{\cos(e^x)} \quad x_0 = \log\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad f'(x_0) = \boxed{}$$