

Esame di Matematica

24/02/2011

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Sul piano cartesiano siano $A = (3, 2)$, $B = (6, 6)$ e $C = (6, -2)$ tre punti. Sia $r : y = mx + q$ la retta passante per A e B . Sia $s : y = m'x + q'$ la retta passante per C e parallela a r .

(a) Calcolare il perimetro del triangolo ABC

(b) Calcolare i parametri della retta r

$m =$

$q =$

(c) Calcolare i parametri della retta s

$m' =$

$q' =$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x+1}\right)^{x-1} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-2}}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+1)^2}{x^2+1} =$

Esercizio 3

Calcolare la derivata seconda della seguente funzione:

(a) $f(x) = x \log^2(x)$ $\frac{d^2}{dx^2} f(x) =$

Esercizio 4

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r : y = mx + q$)

(a) $f(x) = \sin(x)$ $x_0 = \frac{3}{2}\pi$ $m =$, $q =$

(b) $f(x) = -\log(x)$ $x_0 = 1$ $m =$, $q =$

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

(a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Continuità.
(e) Derivabilità. (f) Calcolo derivata prima. (g) Calcolo
derivata seconda. (h) Calcolo del limite: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ (i) Massimi
e minimi relativi ed assoluti. (l) Concavità e convessità.
(m) Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. (n) Tracciarne il
grafico.

$$f(x) = \frac{x}{\log(x)}$$

Esercizio 6

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ \sin(x) & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x \leq 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

Esercizio 7

Data la funzione $f(x) = \sin(3x)$

(a) Indicare i punti di minimo della funzione f compresi tra nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(b) Indicare i punti di massimo della funzione f compresi tra nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

(a) $\int 2 \log(x) \, dx =$

(b) $\int x^3 \sin(x^4) \, dx =$

(c) $\int 2 \sin(x) \cdot x \, dx =$

(d) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \sin(2x) \, dx =$

(e) $\int_{-8}^6 x + 1 \, dx =$

Esercizio 8

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = e^{\cos(e^x)} \quad x_0 = \log\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad f'(x_0) =$$