

Esame di Matematica
Appello estivo
07/06/2010

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Sul piano cartesiano consideriamo i due punti $A = (0, 3)$, $B = (3, -3)$ e la retta $s : y = x$. Sia $r : y = mx + q$ la retta passante per i punti A e B . E sia C il punto di intersezione tra le rette r e s .

(a) Calcolare m e q

$m =$

$q =$

(b) Calcolare le coordinate del punto C

$C = (\quad , \quad)$

Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{e^x}{x} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x} =$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} =$

(d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x} =$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(x) - x}{x \cdot \sin(x)} =$

Esercizio 3

Calcolare la derivata terza della seguente funzione:

(a) $f(x) = \cos(\alpha x)$ $\frac{d^3}{dx^3} f(x) =$

Esercizio 4

Assunte le funzioni $y(x)$ (sulla sinistra) dire se le equazioni differenziali (al centro) sono vere o false:

(a) $y = \cos(x) + \sin(x)$

$y''' + y'' + y' + y = 0$

Vera

Falsa

(b) $y = \cos(x^2)$

$y'' = y' + y - \cos(x^2)$

Vera

Falsa

Esercizio 5

Studiare la seguente funzione.

- (a) Dominio. (b) Periodicità. (c) Simmetrie. (d) Continuità.
(e) Derivabilità. (f) Calcolo derivata prima. (g) Calcolo
derivata seconda. (h) Massimi e minimi relativi ed assoluti.
(i) Concavità e convessità. (l) Asintoti orizzontali, verticali
e obliqui. (m) Tracciarne il grafico.

$$f(x) = x + \frac{1}{x+1}$$

Esercizio 6

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r: y = mx + q$)

$$(a) \quad f(x) = x^2 - 1 \quad x_0 = -1$$

$$m = \quad, q =$$

$$(b) \quad f(x) = \sin(x) \quad x_0 = \pi$$

$$m = \quad, q =$$

Esercizio 7

Indicare (se vi sono) i punti di non derivabilità delle seguente funzione.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2x - x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐

$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ \sin(x) & x \geq 1 \end{cases}$$

☐
☐
☐
☐
☐
Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

$$(a) \quad \int e^{-x} + x^2 \, dx =$$

$$(b) \quad \int \log(\sqrt{x}) \, dx =$$

$$(c) \quad \int x e^{-x} \, dx =$$

$$(d) \quad \int_0^1 x^2 - x + 1 \, dx =$$

$$(e) \quad \int_{\log(2)}^{\log(3)} e^x \, dx =$$

Esercizio 9

Data la funzione f e il punto x_0 calcolare $f'(x_0)$.

$$f(x) = e^{(\sin(x))^2}$$

$$x_0 = \pi$$

$$f'(x_0) =$$