

Esame di Matematica

06/07/2011

N. MATRICOLA

COGNOME e NOME.....

Esercizio 1

Sul piano cartesiano consideriamo le rette $r: y = \frac{1}{2}x + 6$ e $s: y = 2x - 6$. Sia A il punto di intersezione tra s e r . Sia B il punto di intersezione tra la retta r e l'asse delle y . Sia C il punto di intersezione tra la retta s e l'asse delle x .

(a) Le rette r e s sono perpendicolari?

(b) Calcolare le coordinate del punto A

$A =$

(c) Calcolare le coordinate del punto B

$B =$

(d) Calcolare le coordinate del punto C

$C =$

(e) Calcolare il perimetro del triangolo ABC

(f) Calcolare l'equazione della retta passante per B e C .

Esercizio 2

Risolvere le seguenti equazioni:

(a) $2^{(2^x)} = 4^{(4^x)}$

(b) $(2^2)^x = (4^4)^x$

Esercizio 3

Calcolare i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(e^{-x})}{e^{-x}} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\frac{1}{2}} =$

Esercizio 4

Sia assegnata la seguente funzione f

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} - 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

- (a) Calcolare il dominio di f .
- (b) Studiare la periodicità di f .
- (c) Studiare la simmetria di f .
- (d) La funzione f è continua in zero?
- (e) Calcolare la derivata di f nei punti $x \neq 0$.
- (f) La funzione f è derivabile in zero? Se sì quanto vale la derivata?
- (g) Calcolare la derivata seconda di f nei punti $x \neq 0$.
- (h) La funzione f ammette derivata seconda in zero? Se sì quanto vale la derivata seconda di f in zero?
- (i) Quali sono le soluzioni di $f(x) = 0$?
- (j) Per quali $x \in \mathbb{R}$ vale $f(x) < 0$?
- (k) Indicare (se vi sono) le soluzioni di $f(x) = -1$.
- (l) Per quali $x \in \mathbb{R}$ vale $f(x) < -1$?
- (m) Studiare gli asintoti di f .

Esercizio 5

Trovare l'equazione della retta tangente ad f in x_0 . ($r : y = mx + q$)

(a) $f(x) = e^{-x} \quad x_0 = -1$

Esercizio 6

Data la funzione $f(x) = \tan(x) + 1$

(a) Qual è il dominio della funzione f .

(b) Quali sono le soluzioni dell'equazione $f'(x) = 1$

Esercizio 8

Risolvere i seguenti integrali.

(a) $\int x^5 + x^{-5} dx =$

(b) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$

(c) $\int e^{\sqrt{x}} dx =$

(d) $\int_{-1}^1 \sin(x) + x dx =$

(e) $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$